

УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ КОМПЛЕКСАМИ НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ ВЕКТОРНЫХ КРИТЕРИЕВ

© 2017 А.П. Сизиков*

Потребности практики, с одной стороны, и новые возможности, которые открывает современный уровень развития информационных технологий, - с другой, ставят вопрос о необходимости создания все более эффективных методов управления сложными производственными системами. В числе особенностей последних - разнообразие и вариабельность целей и критериев как следствие постоянно меняющихся внешних и внутренних условий. Проблема многокритериальности имеет множество аспектов. Статья посвящена одному из них, а именно разработке методики построения и использования многоуровневых векторных критериев, допускающей широкий спектр конкретных реализаций и претендующей на некоторую универсальность. Рассмотрен пример использования предлагаемой методики при постановке задачи календарного планирования нефтеперерабатывающего производства. Предлагается метод формирования и свертки иерархического векторного критерия по рекуррентной процедуре на основе линейной комбинации гёльдеровых норм частных критериев. Рассмотрен вопрос матричного представления предложенного инварианта. Благодаря предлагаемому подходу, оценивание частных критериев в каждом разделе каждого уровня осуществляется обособленно, независимо от других. Это позволяет упростить процедуру настройки, сделать ее более обозримой и прозрачной. Кроме того, создается возможность в каждом разделе каждого уровня использовать разные методы оценки и ранжирования частных критериев.

Ключевые слова: управление производственно-технологическими комплексами, многокритериальность, векторная оптимизация, целевое программирование, иерархические критерии, свертки векторных иерархических критериев.

Основные положения:

- ◆ предложен алгоритмический метод синтеза иерархических векторных критериев оптимизации производственно-технологических комплексов;
- ◆ разработана рекуррентная процедура свертки иерархических векторных критериев на основе инварианта, представляющего собой линейную комбинацию гёльдеровых норм частных критериев;
- ◆ предлагаемая методика использована для оптимизации календарного планирования нефтеперерабатывающего производства.

Введение

Управление производственно-технологическими комплексами связано с проблемой многокритериальности. Большинство известных методов предусматривает преобразование векторного критерия оптимизации в скалярный. Сначала все исходные частные критерии приводят к сопоставимому безразмерному виду - нормализуют относительно каких-либо эталонных, плановых или желательных значений. Затем нормализованные значения с учетом весовых коэффициентов, показывающих их важность, сворачивают в одну

функцию, которую и рассматривают в качестве обобщенного критерия задачи. Наиболее распространенными являются свертки на основе средневзвешенной степенной:

$$\Psi^{(s)} = \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \left(\frac{K_i}{K_i^0} \right)^s \right)^{1/s}, \quad (1)$$

где n - количество частных критериев; s - степень свертки; α_i - весовой коэффициент (степень важности) i -го частного критерия; K_i, K_i^0 - желательное и факти-

* Сизиков Александр Павлович, кандидат экономических наук, доцент Самарского государственного экономического университета. E-mail: apsizikov@mail.ru

ческое неотрицательные значения i -го критерия.

Обычно нормируют не только показатели, но и весовые коэффициенты, и требуют, чтобы их сумма была равна единице. Тогда при $s = 1$ получаем простейший случай - выпуклую линейную комбинацию:

$$\Psi^{(1)} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{K_i}{K_i^0}, \quad (2)$$

где $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$.

Наибольшее распространение на практике получил метод целевого программирования. Он состоит в использовании критерия, имеющего смысл расстояния от рассматриваемой векторной оценки до некоторой желательной, возможно, недостижимой точки. Вместо нормированного значения показателя в формуле (2) используется нормированное (относительное) отклонение этого показателя от некоторого желательного:

$$\Psi^{(s)} = \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \left| \frac{K_i - K_i^0}{K_i^0} \right|^s \right)^{1/s}. \quad (3)$$

Элементы такого подхода используются, например, в работе томских авторов¹. В ней описана задача многокритериальной оптимизации реакторных систем нефтеперерабатывающих производств. При формировании обобщенного критерия задачи авторы используют аддитивную свертку критериев отдельных показателей и/или групп показателей, формируемых по-разному. Экономические показатели берутся в чистом виде (без предварительной нормализации), а технологические преобразуются так, что показывают степень соответствия параметров процесса некоторым номинальным значениям. Например, для оценки качества получаемого компаундированием товарного продукта предлагается использовать свертку:

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\Psi_i}{\Psi_i^0} \right)^2, \quad (4)$$

где n - число показателей качества смеси;

Ψ_i, Ψ_i^0 - фактическое и номинальное значения i -го показателя.

Описанный подход к формированию обобщенного критерия представляется несколько эклектичным, поскольку не предлагает того, что можно было бы назвать базовой методикой с соответствующим алгоритмическим и программным обеспечением. Иными словами, не предложено методики, которая бы включала в себя: 1) построение иерархического векторного критерия; 2) формирование его свертки; 3) интегрирование в задачу оптимизации.

Считается, что одним из самых ответственных и сложных этапов построения обобщенных критериев является определение коэффициентов важности. Здесь дело даже не в определении весов отдельных показателей, а в их сравнительной оценке.

Авторы некоторых работ видят решение этой проблемы в использовании нечетко-множественного подхода². При этом подходе частные критерии представляются в единой унифицированной форме, не зависящей от природной сущности показателей. Для такого представления теория нечетких множеств предлагает аппарат функций желательности. Использование функций желательности позволяет не делать принципиальных различий между критериями и системой ограничений в математической формулировке задач оптимизации, что весьма похоже на ситуацию, возникающую при использовании методов штрафных функций.

Недостаток нечетко-множественного подхода в том, что он больше подходит для анализа, чем для синтеза оптимальных решений. Обобщенный критерий, полученный на основе этого подхода, не интегрируется в задачу оптимизации непосредственно и может использоваться только для оценки предлагаемых решений.

Методы

В качестве базового методологического принципа использована теория оптимизации сложных систем. В частности, при исследовании вопросов многокритериальной оптимизации применяется подход, основанный на алгоритмическом методе синтеза многоуровневых критериев, предложенный в известных работах³. Согласно этому подходу, синтез критерия осуществляется путем формирова-

ния вложенных сверток, образующих иерархическую систему векторов:

$$y^{(j-1)} = \left\{ y_i^{(j-1)} \right\}_{i=1}^{n^{(j-1)}}, \quad j \in [2, m]. \quad (5)$$

где $y^{(j-1)}$ - вектор критериев $(j-1)$ -го уровня, участвующих в формировании оценок на j -м уровне; m - количество уровней; $n^{(j-1)}$ - количество оцениваемых свойств $(j-1)$ -го уровня.

Каждому компоненту критерия $(j-1)$ -го уровня при оценке k -го свойства j -го уровня ставится в соответствие некоторый показатель значимости (важности), который характеризуется соответствующим коэффициентом приоритета. Множество таких коэффициентов составляет систему векторов приоритета:

$$p_{ik}^{(j-1)} = \left\{ p_{ik}^{(j-1)} \right\}_{k=1}^{n^{(j)}}, \quad j \in [2, m]. \quad (6)$$

Формирование критерия осуществляется по "принципу матрешки": векторные критерии высшего уровня формируются из сверток компонент критериев низшего уровня. Таким образом, получается, что обобщенный критерий есть не что иное, как скалярная свертка, полученная для верхнего уровня.

Для построения обобщенного критерия предполагается рекуррентная процедура. Алгоритм метода вложенных скалярных сверток представляет собой последовательность операций свертки векторных критериев каждого уровня, начиная с нижнего, с учетом векторов приоритета:

$$\left\{ y^{(j-1)}, p^{(j-1)} \right\} \rightarrow y^{(j)}, \quad j \in [2, m]. \quad (7)$$

Описанный подход допускает широкий спектр конкретных реализаций. Он не привязан к какому-либо определенному способу формирования элементарных сверток. Поэтому для разных приложений он может быть реализован по-разному.

Цель настоящего исследования - разработка методики формирования и использования иерархических векторных критериев для целей оптимизации производственно-технологических комплексов. Вопрос рассматривается на примере многокритериальной оптимизации календарного плана нефтеперерабатывающего производства.

Результаты

Нефтеперерабатывающее производство в целом может быть представлено в виде сетевого графа. Множество его вершин (узлов) $K = U \cup S$, где U - множество установок, S - множество продуктов смешения. Дуги отражают потоки нефтепродуктов. Множество потоков $J = \bigcup_{i \in I} J_i$, где I - множество нефтепродуктов, J_i - множество потоков продукта $i \in I$. Период моделирования разбит на T одинаковых интервалов. Искомый календарный план определяется интенсивностями потоков нефтепродуктов и их промежуточными запасами во всех временных периодах.

Уравнения материального баланса:

$$z_{it} - z_{i(t-1)} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = 0, \quad i \in I, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (8)$$

где $J_i^+ (J_i^-)$ - множество потоков i -го продукта; x_{jt} - интенсивность j -го потока в t -м временном интервале; z_{it} - текущий запас i -го продукта.

Текущие запасы нефтепродуктов ограничены объемами резервуаров:

$$z_{ht}^- \leq \sum_{i \in I_h} z_{it} + z_{ht}^- \delta_{ht}^- - z_{ht}^+ \delta_{ht}^+ \leq z_{ht}^+, \quad h \in H, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (9)$$

где H - множество резервуарных групп; I_h - множество продуктов в h -й резервуарной группе; $z_{ht}^- (z_{ht}^+)$ - нижняя (верхняя) граница заполнения h -й резервуарной группы в t -м интервале; $\delta_{ht}^- (\delta_{ht}^+)$ - нижнее (верхнее) относительное отклонение допустимого предела заполнения.

График поставки сырья:

$$\sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + s_{it} \delta_{it}^- - s_{it} \delta_{it}^+ = s_{it}, \quad i \in I^+, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (10)$$

где I^+ - множество продуктов со стороны, s_{it} - объем поставки i -го сырьевого продукта в t -м временном интервале; $\delta_{it}^- (\delta_{it}^+)$ - нижнее (верхнее) относительное отклонение ожидаемого объема поставки.

Ограничения по отгрузке товарной продукции:

$$g_{it}^- \leq z_{it} + g_{it}^- \delta_{it}^- - g_{it}^+ \delta_{it}^+ \leq g_{it}^+, \quad i \in I^-, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (11)$$

где I^- - множество товарных продуктов, $g_{it}^- (g_{it}^+)$ - минимальный (максимальный) объем производства товарного продукта за время t ; $\delta_{it}^- (\delta_{it}^+)$ - нижнее (верхнее) относительное отклонение заданного плана.

Материальные балансы узлов:

$$\sum_{j \in J_k^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_k^-} x_{jt} = 0, \quad k \in K, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (12)$$

где $J_k^+ (J_k^-)$ - множество входящих (исходящих) потоков k -го узла.

Ограничения по загрузке узлов:

$$L_{kt}^- \leq \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} + L_{kt}^- \delta_{kt}^- - L_{kt}^+ \delta_{kt}^+ \leq L_{kt}^+, \quad k \in K, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (13)$$

где $L_{kt}^- (L_{kt}^+)$ - нижний (верхний) предел загрузки k -го узла в t -м периоде; $\delta_{kt}^- (\delta_{kt}^+)$ - нижнее (верхнее) относительное отклонение от предела загрузки k -го узла.

К общим для модели ограничениям добавлены связи, характерные для нефтепереработки, такие, как уравнения топливного баланса:

$$\sum_{j \in J_q^+} \theta_j^+ x_{jt} - \sum_{k \in K} \theta_k^- \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (14)$$

где J_q^+ - множество потоков на входе топливного блока; θ_j^+ - теплотворность j -го потока; θ_k^- - удельный расход тепла в k -м узле.

Установка $k \in U$ как элемент преобразования множества входных продуктов I_k^+ в выходные I_k^- представлена коэффициентами затрат/выпуска, задаваемыми в общем случае интервально: $a_{ki} \in [a_{ki}^-, a_{ki}^+]$, $i \in I_k^+ \cup I_k^-$. Количество i -го продукта, расходуемое или получаемое установкой на t -м временном отрезке - \tilde{x}_{it} . Эти переменные связаны с переменными x_{jt} уравнениями

$$\sum_{j \in J_{ki}} x_{jt} - \tilde{x}_{it} = 0,$$

$$i \in I_k^+ \cup I_k^-, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (15)$$

где $J_{ki} = J_i \cap (J_k^+ \cup J_k^-)$ - множество потоков i -го продукта, связанных с k -й установкой. Для каждого $k \in U$ и $t = 1, 2, \dots, T$ введен блок ограничений:

$$\begin{cases} \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^- \tilde{x}_{it} \geq 0, \quad j \in I_k^+, \\ \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^+ \tilde{x}_{it} \leq 0, \quad j \in I_k^+, \\ \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^- \tilde{x}_{it} + \sum_{i \in I_k^-} e_{ji} \tilde{x}_{it} \geq 0, \quad j \in I_k^-, \\ \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^+ \tilde{x}_{it} + \sum_{i \in I_k^-} e_{ji} \tilde{x}_{it} \leq 0, \quad j \in I_k^-, \end{cases} \quad (16)$$

где $\alpha_{ji}^- = \begin{cases} 1 - a_{ki}^-, & i = j, \\ -a_{ki}^-, & i \neq j, \end{cases}$ $\alpha_{ji}^+ = \begin{cases} 1 - a_{ki}^+, & i = j, \\ -a_{ki}^+, & i \neq j, \end{cases}$ $e_{ji} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$

Смесевой пул $k \in S$ рассматривается как узел с несколькими входящими потоками, представляющими собой компоненты смешения, и с одним исходящим - продуктом смешения. По условиям спецификации, на пропорции компонентов смешения накладываются прямые интервальные ограничения $a_{ki} \in [a_{ki}^-, a_{ki}^+]$, $i \in I_k^+$. Требования по качеству продукта смешения задаются в виде соотношений

$$\begin{aligned} p_q^- \sum_{i \in I_k^+} \frac{\tilde{x}_{it}}{p_{oi}} &\leq \sum_{i \in I_k^+} p_{qi} \frac{\tilde{x}_{it}}{p_{oi}} + p_q^- \delta_{qt}^- - \\ - p_q^+ \delta_{qt}^+ &\leq p_q^+ \sum_{i \in I_k^+} \frac{\tilde{x}_{it}}{p_{oi}}, \quad q \in Q_k \end{aligned} \quad (17)$$

где \tilde{x}_{it} - количество i -го продукта, используемое для получения смеси; Q_k - множество показателей качества для k -го продукта смешения; p_{qi} - значение q -го показателя i -го продукта; p_q^-, p_q^+ - нижняя и верхняя границы показателя для продукта; p_{oi} - параметр для пересчета значения величины p_{qi} на единицу массы; $\delta_{qt}^- (\delta_{qt}^+)$ - относительное отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) допустимого значения для показателя качества.

Ограничения приводятся к виду, при котором все переменные находятся в левой части. Для каждого $k \in S$ и $t = 1, 2, \dots, T$ введен блок

$$\begin{cases} \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^- \bar{x}_{it} \geq 0, \quad j \in I_k^+, \\ \sum_{i \in I_k^+} \alpha_{ji}^+ \bar{x}_{it} \leq 0, \quad j \in I_k^+, \\ \sum_{i \in I_k^+} \beta_{qi}^- \bar{x}_{it} + \rho_q^- \delta_{qt}^- \geq 0, \quad q \in Q_k, \\ \sum_{i \in I_k^+} \beta_{qi}^+ \bar{x}_{it} - \rho_q^+ \delta_{qt}^+ \leq 0, \quad q \in Q_k, \end{cases} \quad (18)$$

где $\alpha_{ji}^- = \begin{cases} 1 - a_{kj}^-, & i = j, \\ -a_{kj}^-, & i \neq j, \end{cases}$ $\alpha_{ji}^+ = \begin{cases} 1 - a_{kj}^+, & i = j, \\ -a_{kj}^+, & i \neq j, \end{cases}$,

$$\beta_{qi}^- = \frac{\rho_{qi} - \rho_q^-}{\rho_{oq}}, \quad \beta_{qi}^+ = \frac{\rho_{qi} - \rho_q^+}{\rho_{oq}}.$$

В модель включены соотношения для контроля общеэкономических показателей, а также показателей, специфических для нефтепереработки (выход светлых нефтепродуктов, глубина переработки нефти). Например, прибыль выражается через переменные модели следующим образом:

$$\begin{aligned} \Pi = \Theta - V - C &= \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i \in I^-} c_i \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} \right) - \\ &- \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i \in I^+} c_i \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{k \in K} \zeta_k \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} + \sum_{i \in I} v_i z_{it} \right) - C = \\ &= \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j \in J} \tilde{p}_j x_{jt} - \sum_{i \in I} v_i z_{it} \right) - C, \end{aligned} \quad (19)$$

где Θ - стоимость товарной продукции; V - переменные затраты; C - условно-постоянные затраты; c_i - цена i -го продукта; ζ_k - удельные затраты, связанные с загрузкой k -го узла; v_i - затраты, связанные с единицей запаса i -го продукта; \tilde{p}_j - удельное покрытие j -го потока.

Система ограничений задачи в реальных условиях почти всегда несовместна. Целевые уровни технико-экономических показателей, задаваемые пользователем, часто противоречат друг другу и/или технологическим параметрам производства. Иногда это делается

намеренно с целью проверки допустимости той или иной технологической схемы или возможности реализации напряженного плана. Поэтому ограничения (9), (10), (11), (15), (17) заданы "мягко", с помощью компонентов вектора δ .

Задача сводится к максимизации критерия $F = \Pi(x, z) - \mu \Phi(\delta)$, (20)

где $\Phi(\delta)$ - штраф за нарушение "мягких" ограничений; μ - произвольный весовой коэффициент, достаточно большой для того, чтобы обеспечить приоритет выполнения технологических и технико-экономических ограничений над максимизацией прибыли $\Pi(x, z)$. Если ограничения выполняются и целевые технико-экономические показатели достижимы, то $\Phi(\delta) = 0$, и тогда задача решается на максимум прибыли. Иначе приоритет имеет штрафная составляющая.

Вся совокупность ограничений задачи делится на группы и подгруппы, образуя иерархическую структуру, представляемую древовидным графом. Листья графа - координаты вектора δ , а внутренние узлы Δ - критерии, соответствующие группам и подгруппам. Каждый узел представляет собой выпуклую линейную комбинацию взвешенной суммы и максимального значения узлов нижележащего уровня.

На рисунке представлен фрагмент обобщенного иерархического критерия, относящийся к блоку показателей качества смешения как степени соответствия спецификации. Оценка $\Delta_{kt}^1, k=1, 2, \dots, |S|$, характеризует степень соответствия требованиям спецификации k -й смеси. Оценка Δ_{St}^2 является сводным показателем качества для всего блока смешения и вместе с тем используется как элемент при формировании оценки верхнего уровня.

Критерий качества k -й смеси сформирован сверткой относительных отклонений отдельных показателей качества от заданных уровней:

$$\Delta_{kt}^1 = \alpha_{kt}^1 \sum_{q \in Q_k} w_{kt}^0 \delta_{qt} + (1 - \alpha_{kt}^1) \hat{\delta}_{kt}, \quad k \in S, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (21)$$

где w_{kt}^0, α_{kt}^1 - регулируемые параметры;

$$\hat{\delta}_{kt} = \max\{\delta_{qt}, q \in Q_S\}, \quad \delta_{qt} = \delta_{qt}^- + \delta_{qt}^+.$$

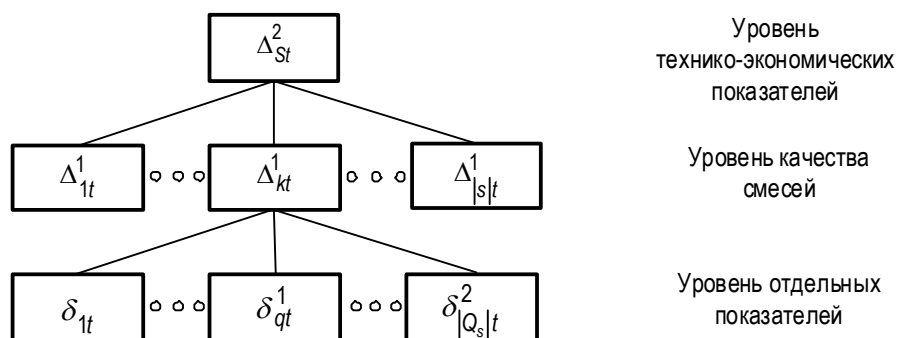


Рис. Фрагмент обобщенного иерархического критерия

Свертки (21) используются, в свою очередь, для формирования критерия следующего уровня по той же самой формуле, т.е. для всего смешанного блока получаем следующую оценку:

$$\Delta_{St}^2 = \alpha_{St}^2 \sum_{k \in S} w_{St}^1 \Delta_{kt}^1 + (1 - \alpha_{St}^2) \bar{\Delta}_{St}^1, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (22)$$

где w_{kt}^0, α_{kt}^2 - настраиваемые параметры;

$$\bar{\Delta}_{St}^1 = \max\{\Delta_{kt}^1, k \in S\}.$$

Свертки вышележащих уровней рекуррентно определяются через свертки векторных критериев нижележащих уровней. Технически определение промежуточных сверток и, в итоге, свертки, соответствующей корневому узлу, обеспечивается вводом в систему ограничений задачи дополнительных переменных и связывающих их линейных соотношений:

$$\begin{cases} -\Delta_v^\ell + \alpha_v^\ell \sum_{n \in \Omega_v^{\ell-1}} w_n^{\ell-1} \Delta_n^{\ell-1} + (1 - \alpha_v^\ell) \bar{\Delta}_v^\ell = 0, \\ v \in \Omega^\ell, \ell = 1, 2, \dots, L, \\ -\bar{\Delta}_v^\ell + w_n^{\ell-1} \Delta_n^{\ell-1} \leq 0, n \in \Omega_v^{\ell-1}, v \in \Omega^\ell, \ell = 1, 2, \dots, L, \end{cases} \quad (23)$$

где L - число уровней иерархического критерия; Ω^ℓ - множество узлов ℓ -го уровня;

Δ_v^ℓ - свертка, соответствующая v -у узлу ℓ -го уровня; $\Omega_v^{\ell-1}$ - множество сверток $(\ell-1)$ -го уровня, образующих свертку Δ_v^ℓ ;

$\bar{\Delta}_v^\ell = \max\{w_n^{\ell-1} \Delta_n^{\ell-1}, n \in \Omega_v^{\ell-1}\}$; $\Delta^0 = \delta$. Веса

$w_n^{\ell-1}$ нормируются: $\sum_{n \in \Omega_v^{\ell-1}} w_n^{\ell-1} = 1.$

Таким образом, в качестве $\Phi(\delta)$ используется всего одно число - свертка Δ_1^L , соот-

ветствующая корневому узлу графа, т.е.

$$\Phi(\delta) = \Delta_1^L.$$

Обсуждение

1. Описанный подход позволяет свести формирование свертки векторного критерия и настройку регулируемых параметров к унифицированной процедуре. Важной особенностью применяемого подхода является то, что настройка параметров в каждом разделе каждого уровня определяется обособленно, независимо от других, с возможностью использования разных методов оценивания и ранжирования исходных и промежуточных критериев.

2. Определение корневой свертки иерархического критерия не связано с необходимостью выполнения цепочки расчетов промежуточных сверток от нижних уровней к верхнему. Корневая свертка определяется с помощью системы линейных соотношений, непосредственно вводимых в матрицу условий оптимизационной задачи. Это создает возможность применения для решения задач векторной оптимизации не только прямых выборочных процедур, но и наиболее эффективных методов оптимизации, в частности, симплексных методов.

Заключение

Предложена методика формирования и использования иерархических векторных критериев в задачах оптимального управления сложными производственно-технологическими комплексами. Рассмотрен пример использования методики в календарном планировании нефтеперерабатывающего производства.

¹ Методы оптимизации и организации энерго- и ресурсосберегающих химико-технологических систем нефтеперерабатывающих производств / Э.Д. Иванчина [и др.]; Томск. политехн. ун-т. Томск, 2013. 160 с.

² См.: *Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов Н.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. Самара : Машиностроение, 2004. 336 с.; *Оразбаев Б.Б., Курмангазиева Л.Т.* Разработка математических моделей и оптимизация химико-технологических систем при нечеткости исходной информации / Рос. Акад. естествознания, Изд. дом Акад. естествознания. Москва, 2014. 161 с.; *Се-*

вастьянов П.В., Туманов Н.В. Многокритериальная идентификация и оптимизация технологических процессов. Минск : Наука и техника, 1990. 224 с.

³ См.: *Воронин А.Н.* Вложенные скалярные свертки векторного критерия // Проблемы управления и информатики. 2003. № 5. С. 10-21; *Его же.* Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем // Кибернетика и системный анализ. 2007. № 3. С. 84-92; *Его же.* Многокритериальная оценка и оптимизация иерархических систем // Proceedings of the XIII-th International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution", Vol.1. Varna, 2007. P. 174-183; *Воронин А.Н., Зиятдинов Ю.К., Козлов А.И.* Векторная оптимизация динамических систем. Киев : Техніка, 1999. 284 с.

Поступила в редакцию 28.07.2017 г.