

ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕФЛЕКСИВНЫХ РАВНОВЕСИЙ НА РЫНКЕ ОЛИГОПОЛИИ

© 2017 М.И. Гераськин*

Ключевые слова: олигополия, лидер по Штакельбергу, рефлексивная игра, равновесие по Нэшу.

Рассматривается проблема определения равновесий на рынке олигополии в условиях асимметрии информированности при наличии лидера (лидеров) по Штакельбергу с учетом рефлексивного поведения агентов рынка в случае совпадения рангов рефлексии. *Актуальность* исследования определяется, во-первых, значимой ролью олигополий на мировом рынке энергоресурсов; во-вторых, существенностью влияния рефлексивного поведения агентов рынка на формирующееся равновесие. *Целями* исследования являются разработка теоретико-игровых моделей рынка олигополии с учетом рефлексии и разработка механизмов установления равновесия при различных рефлексивных представлениях агентов. Исследование базируется на *методах* экономико-математического моделирования, методах оптимизации, методах теории игр. *Результаты* исследования включают в себя, во-первых, модели рефлексивных игр для рынка олигополии, учитывающие разнообразие представлений агентов о стратегиях окружения; во-вторых, механизмы установления равновесия при совпадении или противоположности рефлексивных представлений агентов на одинаковых рангах рефлексии. *Значимость результатов* обосновывается сделанными выводами о том, что в условиях рефлексии низких рангов рефлексивное поведение агентов позволяет существенно увеличить занимаемые ими рыночные ниши и получаемую прибыль, а в условиях рефлексии высоких рангов такое поведение не приводит к существенным преимуществам по сравнению с отсутствием рефлексии.

Введение

Олигополистические рынки, к которым относятся мировой рынок нефти, национальные рынки телекоммуникаций и энергоресурсов ряда стран, играют значительную роль в современной экономике, поскольку на них приходится весомая доля мировой торговли; например, по данным ВТО¹, с 2005 по 2011 г. мировой рынок топлива возрос с 14% до 18% международного товарооборота.

Олигополия трактуется² как рынок, на котором идентичный товар предлагается несколькими продавцами, причем доля каждого из них достаточно велика для того, чтобы оказывать существенное влияние на равновесную рыночную цену. Вследствие этого прибыль каждого олигополиста является функцией не только его *действия* (объема выпуска), но и действий остальных продавцов (далее - агентов), называемых *окружением*. Равновесие на рынке олигополии устанавливается в результате *наилучших ответов* (*best response*) агентов на выбранные действия контрагентов, формальная запись ко-

торых в виде явных (неявных) функций действия агента от действий окружения называется *уравнениями реакций*. Следовательно, процесс установления равновесий олигополии является игрой в трактовке теории игр³, а устойчивое состояние рынка как решение соответствующей игры формализовано равновесием Нэша⁴. Поскольку намерения окружения априори неизвестны каждому агенту, то задача выбора оптимального действия агента рынка олигополии усложняется по сравнению, например, с выбором оптимума фирмы на совершенно конкурентном или монопольном рынках. Впервые задача оптимизации действий олигополиста была исследована А. Курно⁵ на основе гипотезы об *игнорировании* влияния выпуска окружения на выбор данного агента, т.е. симметрии информированности агентов, которая не вполне достоверно отражала состояния реальных рынков. В дальнейшем в оптимизационных моделях олигополии проблема несовершенства информированности агента решалась с помощью задания предположительных вари-

* Гераськин Михаил Иванович, доктор экономических наук, профессор, зав. кафедрой математических методов в экономике Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. E-mail: innovation@ssau.ru.

аций (*conjectural variation*)⁶, характеризующих предполагаемое агентом ответное изменение объема выпуска контрагента, оптимизирующее критерий последнего при выбранном действии первого. Олигополия, в которой один из агентов (лидер) информирован о том, что окружение игнорирует его действия в соответствии с гипотезой Курно, исследована Г. Штакельбергом⁷; соответствующее равновесие, при котором лидер *априори полагает* предположительные вариации окружения как агентов Курно (ведомых агентов), получило название лидерства по Штакельбергу. В дальнейшем классические модели олигополии Курно - Штакельберга отнесем к *игре действий*, поскольку знание предположительных вариаций при этом является априорным и совпадает с реальностью, т.е. фактические действия агентов совпадают с предположениями об этих действиях. Современные исследователи, как правило, рассматривают линейную модель олигополии, т.е. вводят гипотезу о линейных функциях рыночного спроса и издержек агентов. Сформировался обширный корпус исследований линейной модели олигополии в рамках игры действий в случае симметричной информированности агентов⁸, а также для асимметричного рынка с лидерством по Штакельбергу⁹.

Однако не уделено должного внимания анализу *рефлексивного поведения* агентов, при котором проблема несовершенства информированности решается на основе представлений о стратегиях агентов, выдвигаемых каждым из агентов. Под рефлексией понимается процесс самооценки рыночного положения агента, называемый рефлексией первого рода, или процесс выдвижения гипотез о возможных действиях окружения, т.е. рефлексия второго рода. Рефлексивное поведение агентов существенно влияет на равновесие рынка олигополии, поскольку при этом агенты выбирают наилучшие ответы исходя не из реальных действий окружения, а из собственных *представлений* о намерениях окружения, что приводит к рефлексивной игре¹⁰. Одна из разновидностей рефлексивного поведения была исследована¹¹ в дуополии Штакельберга как "*борьба за лидерство*", при которой оба дуополиста предполагают, что их контрагенты действуют как ведомые; поскольку эти предположения од-

новременно не могут быть реальностью, то они являются представлениями агентов, а соответствующая игра, приводящая к неравновесию Штакельберга, является рефлексивной. В дальнейшем, во-первых, абстрагируемся от рефлексии первого рода, полагая агента реальным для самого себя; во-вторых, будем рассматривать представления агента о наилучшем действии (стратегии) окружения, или так называемую стратегическую рефлексивную рефлексию. Представления агента о наилучшем действии окружения выстраиваются в бесконечную последовательность следующего вида: 1) представление агента о стратегиях окружения; 2) представление агента о представлениях окружения о стратегии агента; 3) представление агента о представлениях окружения о представлениях агента о стратегиях окружения и т.д. Определим *ранг рефлексии* как порядковый номер представления в последовательности представлений агента; в приведенной выше последовательности рангами будут соответственно числа 1, 2, 3.

Рефлексивные игры агентов рынка олигополии исследованы¹² в модели Курно - Штакельберга для первых двух рангов рефлексии; исследованы¹³ информационные равновесия в модели Штакельберга; проводился¹⁴ сравнительный анализ эффективности равновесий по Курно и Штакельбергу; рассматривались¹⁵ динамические рефлексивные игры в модели Штакельберга и анализировалось временное влияние информационного преимущества на эффективность агентов; исследовалось¹⁶ взаимодействие нескольких лидеров по Штакельбергу. Однако актуальной проблемой, требующей дальнейшего исследования, представляется анализ равновесий на рынке олигополии при бесконечной последовательности рефлексивных представлений в случае их содержательного разнообразия.

Методология

Рассмотрим следующую линейную модель рынка олигополии. Пусть агенты выбирают действия исходя из максимума своих функций полезности (прибыли)

$$\begin{aligned} \Pi_i(Q, Q_j) &= P(Q)Q_i - C_i(Q), \\ Q_i &\geq 0, \quad i \in N = \{1, \dots, n\}, \end{aligned} \quad (1)$$

при линейной модели спроса

$$P(Q) = a - bQ, \quad a, b > 0, \quad (2)$$

ограничении на совокупный выпуск

$$Q = \sum_{i \in N} Q_i \quad (3)$$

и линейных функциях издержек

$$C_i(Q_i) = d + cQ_i, c, d > 0, i \in N, \quad (4)$$

где Q_i, Π_i - выпуск и прибыль i -го агента; N - множество агентов рынка; n - количество агентов; P, Q - равновесная цена и суммарный объем рынка; c, d - коэффициенты функций издержек агентов, d интерпретируется как постоянные издержки, c - предельные издержки; a, b - коэффициенты функции рыночного спроса.

Модели выбора оптимальных (обозначены символом “*”) действий агентов с учетом условий (1)-(4) запишем в виде:

$$Q_i^* = \arg \max_{Q = \sum_{i \in N} Q_i} \Pi_i(Q, Q_i) = \\ = \arg \max_{Q = \sum_{i \in N} Q_i} \{ (a - bQ)Q_i - d - cQ_i \}, i \in N. \quad (5)$$

Равновесие Нэша в системе (5) представляет собой вектор оптимальных действий агентов при выбранных действиях окружения и определяется путем решения системы уравнений реакций следующего типа (при заданном векторе предположительных вариаций):

$$\frac{\partial \Pi_i(Q_i, \rho_{ij})}{\partial Q_i} = 0, i, j \in N, \quad (6)$$

откуда в отдельных случаях, в частности, в линейной модели олигополии, могут быть получены уравнения реакций в явном виде

$$Q_i^* = f_i(Q_j), i, j \in N, \quad (7)$$

где $\rho_{ij} = Q_j / Q_i$ - предположительная вариация в уравнении реакции i -го агента, т.е. предполагаемое изменение выпуска j -го агента в ответ на единичный прирост выпуска i -го агента.

Анализ (6) показывает, что решение задачи поиска равновесия невозможно без введения вектора предположительных вариаций, который зависит от представлений агентов в их рефлексивном процессе. Сформулируем гипотезы, принимаемые в дальнейшем при анализе рефлексивного поведения агентов.

1. Гипотеза синхронности действий агентов на рынке: агенты выбирают действия одновременно, однократно и независимо.

2. Гипотеза рационального поведения: агент выбирает действия, максимизирующие его функцию полезности исходя из доступной ему информации о действиях окружения.

3. Гипотеза информированности агентов: в момент выбора действий агенты располагают информацией о функциях полезности всех агентов (функциях рыночного спроса и издержек агентов), о количестве агентов, а также о том, что окружение имеет равный с ними уровень информированности.

4. Гипотеза рациональности рефлексии: рассматриваются представления агентов о наилучших стратегиях окружения (стратегическая рефлексия), не рассматриваются представления агентов о самих себе (рефлексия второго рода).

Представления агентов формализуем через понятие статуса агента; под *статусом* агента будем понимать его уровень в представляемой иерархии агентов, задаваемой следующим множеством:

$$G = (M_0, M_1, \dots, M_l), \quad (8)$$

где l - количество уровней лидерства агентов; M_m ($m=0, \dots, l$) - множества агентов; M_0 - множество ведомых агентов; M_m ($m=1, \dots, l$) - множество лидеров m -го уровня.

Множество (8) есть разбиение множества агентов, удовлетворяющее ограничениям $M_m \cap M_j = \emptyset, m \neq j, M_0 \cup M_1 \cup \dots \cup M_l = N = \{1, \dots, n\}$.

Например, возможны следующие статусы агентов: ведомый агент, выбирающий стратегию независимо от стратегий окружения; лидер по Штакельбергу первого уровня, выбирающий стратегию исходя из предположения о том, что окружение имеет статус ведомого агента; лидер по Штакельбергу второго уровня, выбирающий стратегию исходя из предположения о том, что окружение имеет статус лидера по Штакельбергу первого уровня, и т.д. Запишем последовательность представлений i -го агента в виде следующего множества:

$$G_i = \{G_{ij}^r, j \in N \setminus i, r \in Z\}, i \in N, \quad (9)$$

где в нижнем индексе первым символом обозначен рефлекслирующий агент, второй символ - номер агента окружения; r - ранг

рефлексии; G_{ij}^1 - представление i -го агента о статусе окружения; G_{ij}^2 - представление i -го агента о представлениях окружения о статусе i -го агента; G_{ij}^3 - представление i -го агента о представлениях окружения о представлении i -го агента о статусе окружения и т.д. Например, в дуополии ($n=2$) при $M_0 = (1), M_1 = (2)$, представления агента в зависимости от ранга рефлексии могут иметь вид: рефлексия 1-го ранга $G_{12}^1 = (M_0, M_1)$ выражает представление первого агента, считающего второго агента лидером по Штакельбергу; рефлексия 2-го ранга $G_{12}^2 = (M_0, M_1)$ выражает представление первого агента, считающего, что второй агент считает первого агента ведомым, и т.д.

В дальнейшем анализе используем известные¹⁷ равновесия в линейной дуополии для игры действий, соответствующей нулевому рангу рефлексии:

$$G = (M_0), M_0 = (N), \rho_{ij}^0 = 0, \\ f_i = \frac{\alpha - Q_j}{2}, Q_i^E = \frac{\alpha}{3}, Q^E = \frac{2\alpha}{3}, \\ \pi_i^E = \frac{\delta}{9} - d, i, j \in N, \quad (10)$$

$$G = (M_0, M_1), M_0 = (i), M_1 = (j), \rho_{ij}^0 = 0, \\ \rho_{ji}^0 = -\frac{1}{2}, f_i = \frac{\alpha - Q_j}{2}, f_j = \frac{\alpha - Q_i}{3/2}, \\ Q_i^E = \frac{\alpha}{4}, Q_j^E = \frac{\alpha}{2}, Q^E = \frac{3\alpha}{4}, \pi_i^E = \frac{\delta}{16} - d, \\ \pi_j^E = \frac{\delta}{8} - d, i, j \in N, \quad (11)$$

где $\alpha = \frac{a-c}{b}$, $\delta = \frac{(a-c)^2}{b}$; $Q_i^E, \pi_i^E, i \in N$ - равновесные выпуски и соответствующие этим выпускам значения прибыли агентов.

Случай (10) выражает общее знание всех агентов о всех агентах как о ведомых и приводит к равновесию Курно; случай (11) выражает общее знание всех агентов о мно-

жестве ведомых агентов и множестве лидеров и приводит к равновесию Штакельберга.

Определим *статус* агента как наилучший ответ i -го агента (обозначим $BR_i = M_m \subset M_I$) на представление первого ранга о стратегиях окружения, т.е. такой уровень в иерархии (8), который максимизирует на множестве статусов M_I его функцию полезности при данном представлении G_{ij}^1 :

$$BR_i(G_{ij}^1) = \arg \max_{\substack{i \in M_m \subset M_I \\ i \in N}} \Pi_i(G_{ij}^1, j \in N), \quad (12)$$

Если окружение включает в себя более одного агента, то статусы i -го агента по отношению к другим агентам могут быть различны. Из определения (12) следует, что наилучшим ответом i -го агента на представление первого ранга о статусе M_m агентов окружения является статус M_{m+1} , т.е.

$$BR_i(G_{ij}^1) = M_{m+1}, m = 0, \dots, I, i \in N \forall G_{ij}^1 = \\ = (M_m), M_m = (-i), \quad (13)$$

где символом $(-i)$ обозначено окружение. Например¹⁸, если в представлении i -го агента окружение имеет реакции ведомых агентов (10), то $BR_i(M_0 = (-i)) \in M_1$, т.е. i -й агент реагирует как лидер первого уровня, определяя предположительные вариации для уравнений (6) из уравнений реакций (10) для окружения $f_i(Q_j)$, что приводит к его уравнению реакции (11); аналогично, если в представлении i -го агента окружение имеет реакции лидеров (11), то $BR_i(M_1 = (-i)) \in M_2$, следовательно, наилучший ответ i -го агента имеет вид реакции лидеров второго уровня, а предположительные вариации будут определены из уравнений реакций (11) для окружения $f_i(Q_j)$, и т.д.

Отметим, что из гипотезы 4 с учетом (13) вытекает, что представление, в котором агент и его окружение являются агентами

одного уровня иерархии, невозможно

$$\exists G_{ij}^r = (M_m = (i, -i)), i \in N, m = 0, \dots, l, r \in Z,$$

поскольку если $G_{ij}^r = (M_m = (i, -i))$, то i -й агент, представляющий окружение как агента m -го уровня иерархии, не реагирует согласно наилучшему ответу (12), а выдвигает представление о себе, как об агенте также m -го уровня иерархии, что противоречит (13). Отсюда следует, что в представлении агента количество уровней лидерства не может быть больше числа агентов окружения

$$\exists G_{ij}^r = (M_m): l > n - 1, i \in N, m = 0, \dots, l, r \in Z, \quad (14)$$

поскольку для представления иерархии лидеров, включающей в себя l уровней, согласно наилучшим ответам (13) должно быть не менее $(n-1)$ агентов. Например, в дуополии ($n=2$)

возможны представления $G_{ij}^r = (M_0, M_1)$.

Таким образом, определим рефлексивную игру Γ на рынке как кортеж множества агентов, множества стратегий агентов и множества функций полезности (прибыли) агентов:

$$\Gamma = \langle N, \{Q_i, i \in N\}, \{P_i, i \in N\} \rangle, \quad (15)$$

в которой агенты выбирают стратегии по наилучшему ответу (12). В дальнейшем будем записывать игру (15) в виде (8), введя обозначение G^r для рефлексивной игры на r -м ранге рефлексии, учитывая, что по (12) разбиение (8) полностью определяет решение игры.

Результаты

Вначале сформулируем свойство, характеризующее представление агента, допустимые в случае принятой ранее гипотезы рациональности рефлексии. Можно показать, что последовательность (9), в которой агенты на различных рангах рефлексии делают представления о наилучших стратегиях окружения, сводится к представлению на первом ранге рефлексии следующего вида

$$G_{ij}^1 = (M_{m+r-1}) \forall G_{ij}^r = (M_m), j \in N \setminus i, r \in Z, i \in N. \quad (16)$$

Согласно (16), достаточно проанализировать игры (15), возникающие в случае представлений первого ранга рефлексии, а пред-

ставления последующих рангов исследуются путем редукции (16).

Рассмотрим дуополию ($n=2$), обозначив агентов индексами $i, j \in N$, для которой, учитывая (14), запишем систему возможных разбиений (8) в представлении каждого агента

$$M_0 = (i, j), M_0 = (j) \wedge M_1 = (i), M_0 = (i) \wedge M_1 = (j). \quad (17)$$

В дальнейшем рассмотрим равновесия в рефлексивных играх агентов рынка олигополии в случае *совпадения рангов* рефлексии $G_{ij}^r = G_{ji}^r, i, j \in N, r \in R$. С учетом (17) возможны следующие случаи соотношения представлений агентов на соответствующем ранге рефлексии: совпадение представлений агентов друг о друге как о ведомых агентах (*случай 1*); совпадение представлений агентов друг о друге как о лидерах по Штакельбергу (*случай 2*); противоположность представлений агентов, один из которых представляет контрагента ведомым, а другой - лидером (*случай 3*).

Определим структуры рефлексивной игры двух агентов с представлениями (17) при совпадении рангов рефлексии в указанных случаях следующим образом:

$$G^r = (M_r), M_r = (i, j) \forall G_{ij}^r = (M_0 = (j)) \wedge G_{ji}^r = (M_0 = (i)); \quad (18a)$$

$$G^r = (M_{r+1}), M_{r+1} = (i, j) \forall G_{ij}^r = (M_1 = (j)) \wedge G_{ji}^r = (M_1 = (i)); \quad (18b)$$

$$G^r = (M_r, M_{r+1}), M_r = (j), M_{r+1} = (i) \forall G_{ij}^r = (M_1 = (j)) \wedge G_{ji}^r = (M_0 = (i)), i, j \in N, r \in Z. \quad (18c)$$

В случае (18a) для произвольного ранга рефлексии решение игры запишем в виде:

$$Q_i^E = Q_j^E = \frac{r+2}{2r+5} \alpha, Q^E = \frac{2(r+2)}{2r+5} \alpha, \pi_i^E = \pi_j^E = \frac{(r+2)\beta}{(2r+5)^2} - d, i, j \in N. \quad (19)$$

В случае (18b) решение игры для произвольного ранга рефлексии имеет вид:

$$Q_i^E = Q_j^E = \frac{r+1}{2r+3} \alpha, Q^E = \frac{2(r+1)}{2r+3} \alpha, \pi_i^E = \pi_j^E = \frac{(r+1)\beta}{(2r+3)^2} - d, i, j \in N. \quad (20)$$

В случае (18с) получим следующее решение игры:

$$Q_i^E = \frac{\alpha}{2}, Q_j^E = \frac{r+1}{2r+4}\alpha, Q^E = \frac{2r+3}{2r+4}\alpha,$$

$$\pi_i^E = \frac{\delta}{2(2r+4)} - d, \pi_j^E = \frac{(r+1)\delta}{(2r+4)^2} - d,$$

$i, j \in N. \quad (21)$

Динамика рефлексивных равновесий линейной дуополии при совпадении рангов рефлексии для $r=0,1,2,3$ представлена в таблице.

Проведем моделирование равновесий на рынке олигополии для следующих параметров модели: $a = 1,8, b = 0,00098, c = 0,6065, d = 0$, соответствующих современ-

ному телекоммуникационному рынку России, ре-
дуцированному для двух агентов. На рис. 1-3
представлены в зависимости от ранга реф-
лексии равновесные значения объемов
рынка агентов (млрд мин.), совокупного
объема рынка (млрд мин.) и прибыли аген-
тов (млрд руб.).

Обсуждения

Проанализируем типы игры (18), кото-
рые возникают при различных сочетаниях
рефлексивных представлений агентов рынка
дуополии.

В первом и втором случаях агенты имеют
одинаковые равновесные выпуски и суммы
прибыли в равновесии, однако, поскольку во
втором случае равновесие достигается на

Структура игры двух агентов при различных предположениях и рангах

№	G_{ij}^r	G_{ji}^r	$r=0$			$r=1$		
			G^0	ρ_{ij}^0	ρ_{ji}^0	G^1	ρ_{ij}^1	ρ_{ji}^1
1	$M_0 = (j)$	$M_0 = (i)$	N	0	0	$M_1 = (i, j)$	-1/2	-1/2
2	$M_1 = (j)$	$M_1 = (i)$	-	-	-	$M_2 = (i, j)$	-2/3	-2/3
3	$M_1 = (j)$ ($M_0 = (j)$)	$M_0 = (i)$ ($M_1 = (i)$)	$M_0 = (i), M_1 = (j)$	0	-1/2	$M_1 = (j), M_2 = (i)$	-2/3	-1/2

Окончание таблицы

№	G_{ij}^r	G_{ji}^r	$r=2$			$r=3$		
			G^2	ρ_{ij}^2	ρ_{ji}^2	G^3	ρ_{ij}^3	ρ_{ji}^3
1	$M_0 = (j)$	$M_0 = (i)$	$M_2 = (i, j)$	-2/3	-2/3	$M_3 = (i, j)$	-3/4	-3/4
2	$M_1 = (j)$	$M_1 = (i)$	$M_3 = (i, j)$	-3/4	-3/4	$M_4 = (i, j)$	-4/5	-4/5
3	$M_1 = (j)$ ($M_0 = (j)$)	$M_0 = (i)$ ($M_1 = (i)$)	$M_2 = (j), M_3 = (i)$	-3/4	-2/3	$M_3 = (j), M_4 = (i)$	-4/5	-3/4

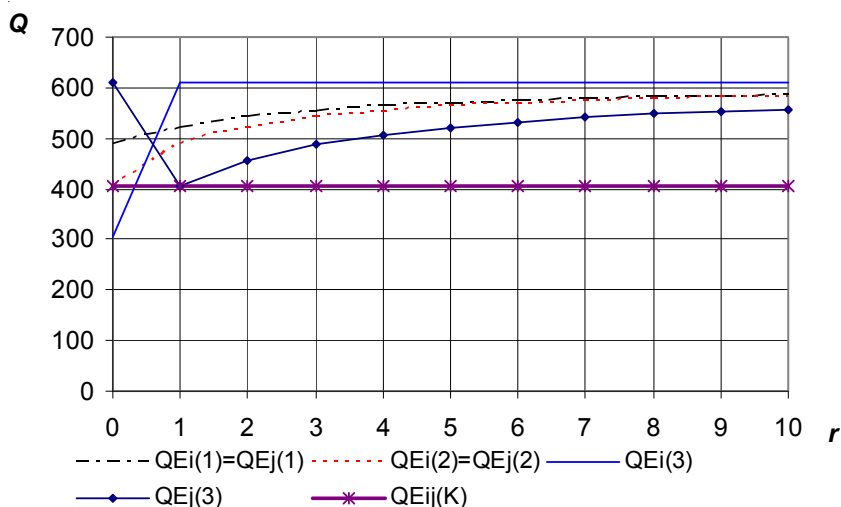


Рис. 1. Равновесные значения выпусков агентов (млрд мин.) в зависимости от ранга рефлексии и выпуски агентов в дуополии Курно ($Q_{ij(K)}^E$)

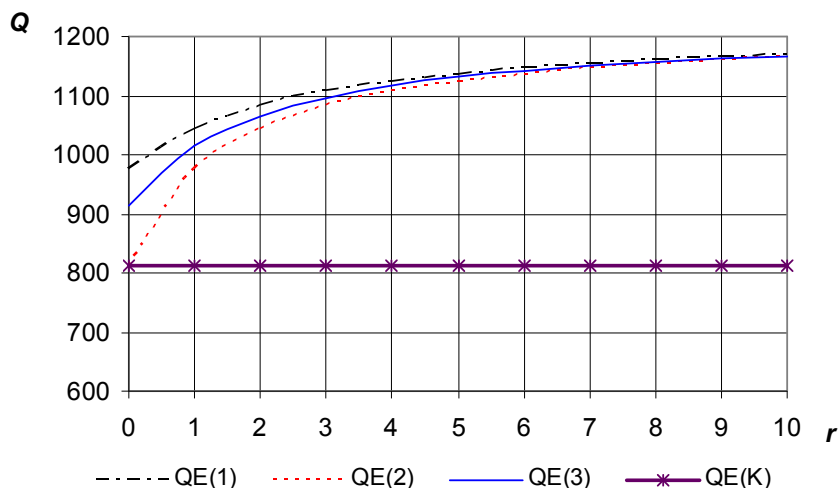


Рис. 2. Равновесные значения совокупного объема рынка (млрд мин.) в зависимости от ранга рефлексии и объем рынка в дуополии Курно ($Q_{(K)}^E$)

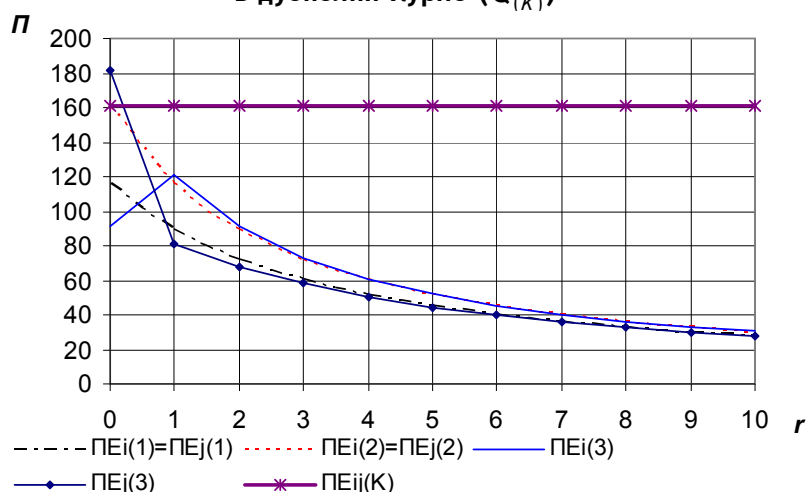


Рис. 3. Равновесные значения прибыли агентов (млрд руб.) в зависимости от ранга рефлексии и прибыль агентов в дуополии Курно ($\Pi_{ij(K)}^E$)

более высоком уровне лидерства, имеет место следующее соотношение:

$$Q_{ij(1)}^{Er} > Q_{ij(2)}^{Er}, \Pi_{ij(1)}^{Er} < \Pi_{ij(2)}^{Er} \forall r \geq 1,$$

где $Q_{ij(1)}^{Er}, Q_{ij(2)}^{Er}$ - равновесные выпуски агентов в первом (1) и втором (2) случаях;

$\Pi_{ij(1)}^{Er}, \Pi_{ij(2)}^{Er}$ - суммы прибыли агентов в равновесии в соответствующих случаях.

Следовательно, при совпадении рангов рефлексии равновесие дуополии, достигаемое на более высоком уровне рефлексивного лидерства (случай 2), приводит к тому, что равновесные выпуски агентов больше, а суммы прибыли агентов в равновесии меньше, чем в случае менее высокого уровня рефлексивного лидерства (случай 1). То есть представление о завышении уровня лидер-

ства контрагента неэффективно, что объясняется увеличением в результате этого совокупного объема рынка, обуславливающим снижением равновесной рыночной цены. Сопоставление совокупного объема рынка, достигаемого при рефлексивном поведении агентов, с объемом рынка олигополии Курно показывает, что рефлексия во всех рассмотренных случаях приводит к большему объему рынка в равновесии и, как следствие, к меньшему значению равновесной цены. Отметим, что, как известно¹⁹, олигополия Курно с увеличением количества агентов стремится к рыночной модели совершенной конкуренции, поэтому указанное сопоставление позволяет позиционировать рефлексивное равновесие относительно совершенно конкурентного равновесия фирмы. Прибыль аген-

тов при рефлексивном поведении также не превышает прибыль ведомых агентов Курно

$$Q_{ij(k)}^E > Q_{ij(1)}^{Er} > Q_{ij(2)}^{Er}.$$

$$\Pi_{ij(1)}^{Er} < \Pi_{ij(2)}^{Er} < \Pi_{ij(k)}^E \forall r \geq 1,$$

что позволяет сделать вывод о стратегической неэффективности рефлексии по сравнению с нерефлексивным поведением. Анализ последовательностей равновесных выпусков и прибыли агентов в равновесии для случаев $k=1,2,3$ показывает, что при увеличении ранга рефлексии выпуски агентов возрастают, а прибыль снижается

$$Q_{ij(k)}^{E(r+1)} > Q_{ij(k)}^{E(r)},$$

$$\Pi_{ij(k)}^{E(r+1)} < \Pi_{ij(k)}^{E(r)} \forall r \geq 1, k = 1,2,3,$$

что свидетельствует о неэффективности углубления рефлексии.

Однако анализ случая 3 показывает, что если все агенты придерживаются рефлексивного поведения, то оно может быть более или менее выгодно в зависимости от типа выдвигаемых агентами представлений. Равновесный выпуск рефлексивного лидера (i -го агента) не зависит от ранга рефлексии и при любом ранге выше равновесного выпуска рефлексивного ведомого (j -го) агента, но и прибыли этих агентов в равновесии находятся в таком же соотношении

$$Q_{i(3)}^E > Q_{j(3)}^E, \Pi_{i(3)}^E > \Pi_{j(3)}^E \forall r \geq 1,$$

что свидетельствует о предпочтительности предположения о более высоком статусе контрагента по сравнению с предположением о контрагенте как о ведомом. Важно отметить, что с увеличением ранга рефлексии предпочтительность предположения о более высоком статусе контрагента по сравнению с предположением о контрагенте как о ведомом сокращается

$$Q_{i(3)}^{E(r+1)} - Q_{j(3)}^{E(r+1)} < Q_{i(3)}^{E(r)} - Q_{j(3)}^{E(r)},$$

$$\Pi_{i(3)}^{E(r+1)} - \Pi_{j(3)}^{E(r+1)} < \Pi_{i(3)}^{E(r)} - \Pi_{j(3)}^{E(r)} \forall r \geq 1,$$

т.е. эффективность рефлексивного поведения снижается с увеличением ранга рефлексии.

Полученные результаты коррелируют с исследованиями²⁰, проведенными для первого и второго рангов рефлексии в модели дуополии Курно - Штакельберга с нелинейны-

ми издержками - с ростом числа рефлексивных агентов и ранга рефлексии увеличивается объем рынка.

Заключение

Исследована проблема поиска равновесий на рынке олигополии в условиях асимметрии информированности при наличии лидера (лидеров) по Штакельбергу с учетом рефлексивного поведения агентов рынка в случае совпадения рангов рефлексии. Сформированы модели рефлексивных игр для рынка дуополии в случаях совпадения представлений агентов друг о друге как о ведомых агентах, совпадения представлений агентов друг о друге как о лидерах по Штакельбергу, противоположности представлений агентов, один из которых представляет контрагента ведомым, а другой - лидером. Разработаны механизмы установления равновесия рынка дуополии при данном многообразии рефлексивных представлений агентов на одинаковых рангах рефлексии. Моделирование рефлексивных игр на примере современного телекоммуникационного рынка России показало, во-первых, стратегическую неэффективность рефлексии по сравнению с нерефлексивным поведением; во-вторых, неэффективность углубления рефлексии; в-третьих, тактическую эффективность рефлексии в случае, если все агенты придерживаются рефлексивного поведения; в-четвертых, предпочтительность предположения о более высоком статусе контрагента по сравнению с предположением о контрагенте как о ведомом; в-пятых, снижение эффективности рефлексивного поведения с увеличением ранга рефлексии.

Рекомендации

Результаты исследований целесообразно использовать фирмам, действующим на реальных рынках олигополии, для анализа реальных рыночных состояний в целях выявления наличия рефлексивного поведения и оценки ранга рефлексии других фирм на рынке. Поскольку исследование показало, что нерефлексивное поведение существенно эффективнее рефлексивного, то верификация гипотезы о рефлексивном реагировании контрагентов позволит некоторому агенту значительно повысить финансовые результаты.

¹ URL: https://www.wto.org/english/res_e/statis_e/world_region_export_11_e.pdf.

² *Mas-Colell A., Whinston M., Green J.* Microeconomic Theory. New York : Oxford Univ. Press, 1995. 618 p.

³ *Shapiro C.* Theories of Oligopoly Behavior // Discussion paper 126. Woodrow Wilson School. Princeton Univ. Press, 1987.

⁴ *Nash J.* Non-cooperative Games // Annals of Mathematics. 1951. Vol. 54. P. 286-295.

⁵ *Cournot A.A.* Recherches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth. London : Hafner, 1960. (Original 1838).

⁶ *Bowley A.L.* The Mathematical Groundwork of Economics. Oxford : Oxford Univ. Press, 1924. 456 p.

⁷ *Stackelberg H.* Market Structure and Equilibrium. 1st Ed. Translation into English. Bazar & Hill, Springer, 2011. 346 p.

⁸ См.: *Васин А.А., Гусев А.Г., Шарикова А.А.* Теоретико-игровой анализ одноэтапных и двухэтапных аукционов однородного товара // Управление большими системами. 2010. Вып. 31-1. С. 210-238; *Karmarkar U.S., Rajaram K.* Aggregate production planning for process industries under oligopolistic competition // European Journal of Operational Research. 2012. № 223 (3). P. 680-689; *Дюсюше О.М.* Статичное равновесие Курно-Нэша и рефлексивные игры олигополии: случай линейных функций спроса и издержек // Экономический журнал ВШЭ. 2006. № 1. С. 3-32; *Ledvina A., Sigar R.* Oligopoly games under asymmetric costs and an application to energy production // Mathematics and Financial Economics. 2012. Vol. 6(4). P. 261-293; *Мицель А.А., Козлов С.В.* Модели олигополии // Известия Томского политехнического университета. 2007. № 6. Т. 311. С. 4-8; *Гозман И.Я., Рутковский Н.В.* Модели олигополии // Вестник Новгородского государственного университета. 2009. № 50. С. 21-26; *Currarini S., Marini M.A.* Sequential play and cartel stability in Cournot oligopoly // Applied Mathematical Sciences. 2013. Vol. 7 (1-4). P. 197-200.

⁹ См.: *Филатов А.Ю.* Модели олигополии: современное состояние // Теория и методы согласования решений. Новосибирск : Наука, 2009. С. 29-60; *Васин Л.А., Нечаев Ю.В.* Анализ моделей дуополии при неравных издержках участников // Известия Тульского государственного университета. Экономические и юридические науки. 2011.

№ 1-2. С. 109-116; *Ino H., Matsumura T.* Welfare-Improving Effect of a Small Number of Followers in a Stackelberg Model // Journal of Theoretical Economics. 2016. № 16 (1). P. 243-265.

¹⁰ *Лефевр В.А.* Исходные идеи логики рефлексивных игр // Материалы конференции "Проблемы исследования систем и структур". Москва : Изд. АН СССР, 1965. С. 245-257.

¹¹ *Intriligator M.D.* Mathematical Optimization and Economic Theory. Prentice-Hall. Englewood Cliffs. New Jersey, 1971. 620 p.

¹² См.: *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление: математические модели. Москва : Изд-во физ.-мат. лит., 2013. 412 с.; *Корепанов В.О.* Управление рефлексивным поведением агентов в модели олигополии Курно // Управление большими системами. 2010. Вып. 31. С. 225-249; *Гонтарев А.В., Чхартишвили А.Г.* О явных и скрытых коалициях в рефлексивных играх // Управление большими системами. 2009. Вып. 26. С. 47-63; *Алгазин Г.И.* Информационная рефлексия и информационное равновесие в базовых теоретико-игровых моделях конкурентного рынка // Известия Алтайского государственного университета. 2013. № 1-1 (77). С. 79-82.

¹³ *Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г.* Истинное и ложное информационное равновесие в модели торговой системы // Управление большими системами. 2016. Вып. 60. С. 119-138.

¹⁴ *Liu Y., Gao L., Guan J.* Marketing strategy of price competition and product differentiation in duopoly enterprises with asymmetric information // International Conference on Services Systems and Services Management, Proceedings of ICSSSM'05. 2005. Vol. 1. P. 665-668.

¹⁵ *Gilpatric S.M., Li Y.* Information value under demand uncertainty and endogenous market leadership // Economic Inquiry. 2015. Vol. 53 (1). P. 589-603.

¹⁶ *Гераськин М.И., Чхартишвили А.Г.* Моделирование структур рынка олигополии при нелинейных функциях спроса и издержек агентов // Проблемы управления. 2015. № 6. С. 10-22.

¹⁷ *Intriligator M.D.* Mathematical Optimization ...

¹⁸ *Базенков Н.И.* Динамика двойных наилучших ответов в игре формирования топологии беспроводной ad hoc сети // Управление большими системами. 2013. Вып. 43. С. 217-239.

¹⁹ *Intriligator M.D.* Mathematical Optimization ...

²⁰ *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление ...

Поступила в редакцию 06.12.2016 г.