

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ БЕСКУПОННОЙ ДОХОДНОСТИ ПО ОДНОЛЕТНИМ ГКО ОФЗ

© 2016 В.М. Корнев, Д.С. Данилин*

Ключевые слова: облигации федерального займа, кривая бескупонной доходности, авторегрессионная условная гетероскедастичность, прогнозирование Value at Risk.

Представлено описание кривой бескупонной доходности облигаций федерального займа как одного из важнейших индикаторов ситуации на финансовом рынке, а также раскрыта методика краткосрочного прогнозирования показателя Value at Risk (применительно к процентной ставке) на ее однолетнем участке.

Нестабильное состояние экономической системы РФ, вызванное как политическими, так и экономическими факторами, привело к существенному ухудшению инвестиционного климата, к повышению общего уровня риска в инвестировании, к обесцениванию национальной валюты и снижению кредитного рейтинга страны. Несмотря на некоторую стабилизацию нефтяных цен и валютных котировок в I квартале 2016 г., возможны новые всплески волатильности на фондовых рынках, которые незамедлительно окажут влияние на процесс привлечения заемных средств.

Одним из ключевых индикаторов изменений стоимости фондирования является доходность государственных облигаций, обладающих минимальным риском. На основе базы ГКО - ОФЗ ЦБ РФ ежедневно формирует кривую бескупонной доходности (G-curve), отражающую срочную структуру процентных ставок -

зависимость процентной ставки от срока погашения. Данный инструмент несет в себе информацию о базовых текущих и ожидаемых ставках, на которые ориентируются все участники финансовых рынков, а также отражает их динамику (изотермный ряд бескупонной доходности), что позволяет оценить текущее положение финансовой сферы в целом и спрогнозировать направление ее дальнейшего развития. Методика построения G-curve представлена в разделе "Срочная структура процентных ставок" на официальном ресурсе ЦБ РФ и в данном исследовании не рассматривается.

Возможны различные варианты поведения процентной ставки в зависимости от срока предоставления займа, однако в научной литературе обычно приводятся три типовые формы (рис. 1)¹.

1. Нормальная форма (восходящая) - наблюдается в период экономического роста, когда ожидается повышение процентных ста-

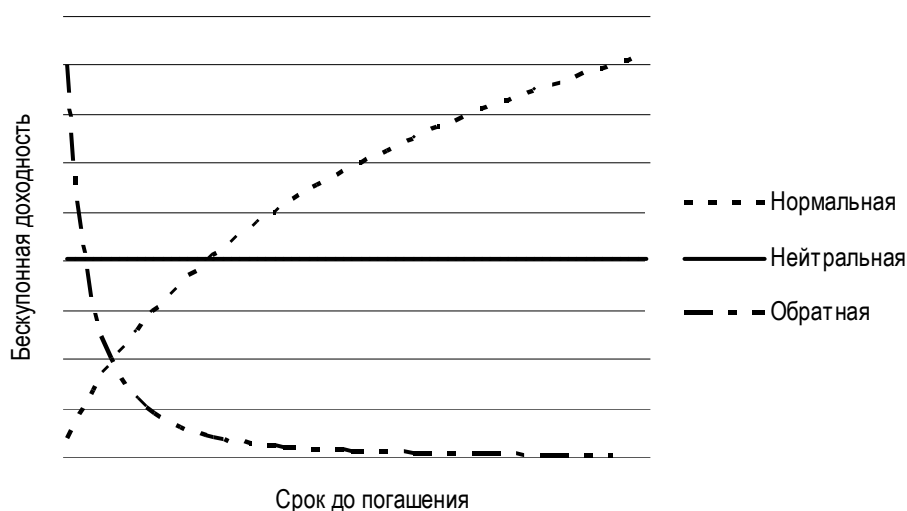


Рис. 1. Типовые формы кривой бескупонной доходности

* Корнев Вячеслав Михайлович, доктор экономических наук, профессор, проректор по заочному и дополнительному образованию. E-mail: kornev@bk.ru; Данилин Дмитрий Сергеевич, магистрант. E-mail: Faberge-original@mail.ru. - Самарский государственный экономический университет.

вок. В этих условиях размещение инструментов с фиксированным доходом на длительный срок сопряжено с риском высоких альтернативных издержек для инвестора, что требует повышенной доходности.

2. Нейтральная форма - такая ситуация возникает, когда инвестор получает смешанные сигналы о движении рынка. Например, ожидание одновременного движения краткосрочных ставок вверх и долгосрочных ставок вниз способствует некоторому выравниванию кривой.

3. Обратная форма (нисходящая) - данная форма характерна для периодов экономического спада, нестабильности, когда инвестор считает разумным зафиксировать доходность на длительный срок, чтобы избежать снижения процентных ставок.

Регулярная деятельность банковского сектора, а также всех прочих участников рынка заемных средств требует прогнозной оценки волатильности бескупонной доходности на требуемом участке кривой, как правило краткосрочной, что, как и в случае с динамикой валютных курсов, вызвано стохастическим характером движения процентных ставок. Следует отметить, что фокус внимания при моделировании бескупонной доходности направлен на определение интервалов возможных колебаний с целью формирования показателей Value at Risk (VaR) и построения границ отклонений от индикативных плановых показателей. Показатель VaR отражает сумму, которую инвестор может потерять в течение определенного периода с заданной вероятностью. Данная методика применима и к процентным ставкам, что позволяет определять и регулярно обновлять границы возможных изменений и учитывать эти границы при планировании каких-либо операций на финансовом рынке.

Однако изотермный ряд бескупонной доходности, как и большинство прочих финансовых рядов, характеризуется наличием "кластеров" волатильности, вызванных зависимостью разброса от времени. В связи с этим процедура подбора модели должна включать в себя этап проверки квадратов остатков на наличие автокорреляции и, в случае подтверждения данной гипотезы, отдельной оценки ошибок. Одним из наиболее простых параметрических методов моделирования вола-

тильности финансовых рядов в мировой практике является модель авторегрессионной условной гетероскедастичности (ARCH - Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), предложенная Р. Энглем. Процесс ARCH (ρ) остатков выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_t = w_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^{\rho} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2},$$

где $\{w_t\}$ - белый шум с нулевым средним и единичной дисперсией.

Если взять процесс ARCH (1) и возвести его уравнение в квадрат, после ряда преобразований можно увидеть схожесть с AR (1):

$$\begin{aligned} \text{Var}(\varepsilon_t) &= E(\varepsilon_t^2) = E(w_t^2) E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) = \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \text{Var}(w_{t-1}), \end{aligned}$$

где $\{w_t\}$ имеет единичную дисперсию;

$\{\varepsilon_t\}$ - нулевое среднее.

Таким образом, ARCH-модель оценивается на основе ряда квадратов остатков хорошо подогнанной SARIMA-модели, однако этот временной ряд не должен содержать тренда, сезонных или циклических компонент, автокорреляции также быть не должно. Позднее модель была расширена Т. Боллерс-левом до GARCH (Generalized ARCH), подразумевающей зависимость условной дисперсии не только от квадратов предыдущих значений временного ряда, но и от прошлых значений условной дисперсии². Таким образом, в общем виде модель GARCH (q, ρ) можно представить следующим образом:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{\rho} \beta_j \sigma_{t-j}^2;$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} w_t,$$

где σ_t^2 - условная дисперсия в период времени t ;

ε_t^2 - квадрат ошибки в период t ;

q и ρ - число точек, отстоящих от периода t ;

α_i, β_j - параметры модели.

В ходе исследования была получена модель для изотермного ряда бескупонной доходности по облигациям со сроком погашения 1 год. Исходный временной ряд, отражающий динамику ставки по однолетним бумагам за период с 4 января 2003 г. по 11 апреля 2016 г., можно увидеть на рис. 2.

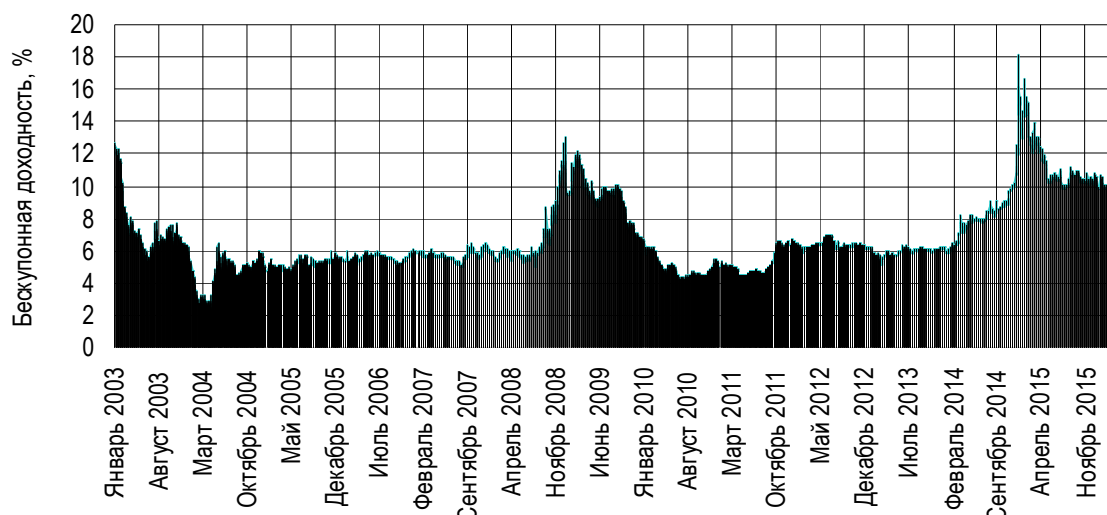


Рис. 2. График беспулонной доходности по облигациям со сроком погашения 1 г.

На первом этапе моделирования волатильности была подобрана модель для прогнозирования среднего значения. Анализ автокорреляционной функции (АКФ) показал, что временной ряд не является стационарным, в связи с чем было выполнено его преобразование методом логарифмических разностей.

На рис. 3 хорошо прослеживается явление кластеризации дисперсии временного ряда, особенно в кризисный период 2008-2009 гг., а также в период политической нестабильности и экономического кризиса 2015 г. - начала 2016 г. Результаты анализа АКФ и

ЧАКФ (частной АКФ) позволили предположить, что указанный ряд можно описать при помощи модели авторегрессии скользящего среднего (ARMA) с ненулевыми параметрами p и q . Выбор оптимальных параметров p и q был осуществлен путем перебора возможных вариантов до пятого порядка и посредством ранжирования по информационному критерию Акаике (AIC). В качестве итоговой модели была выбрана спецификация ARMA (4,3). На графиках АКФ и ЧАКФ остатков модели можно увидеть, что АКФ существенно ближе к белому шуму, чем исходный ряд.

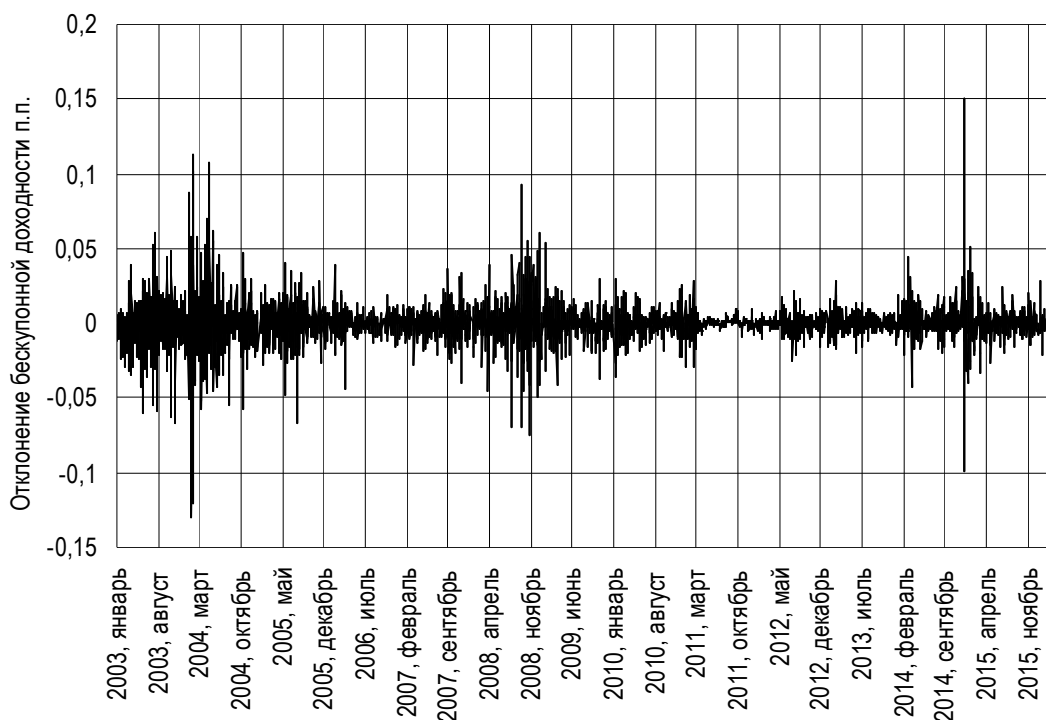


Рис. 3. График первых разностей логарифмов доходности однолетних облигаций

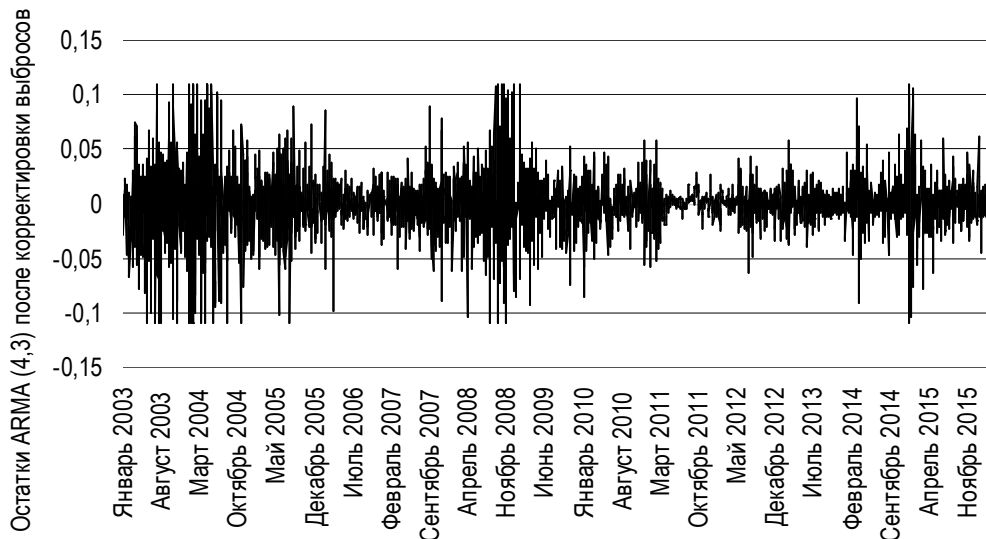


Рис. 4. Остатки модели ARMA (4,3) после корректировки аномальных наблюдений

На рис. 4 видно, что среди наблюдений присутствуют экстремальные значения, которые могут оказать существенное влияние на прогноз волатильности. Существует множество методов, позволяющих снизить степень искажения распределения аномальными наблюдениями. В данном случае была использована методика, описанная К. Boudt и В. Peterson³. При моделировании $\alpha\%$ VaR процедура не изменяет наблюдений, находящихся в пределах выборки $[(1-\alpha)T]$, проверяя лишь $\alpha\%$ совокупности (T - длина ряда, $[\chi]$ - оператор извлечения x наблюдений).

Процедура корректировки включает в себя три этапа.

1. Оценка μ и Σ для наблюдений из выборки $[(1-\alpha)T]$ и ранжирование в зависимости от их сходства с теоретическими “выбросами”. В качестве меры такого сходства используется квадрат расстояния Махаланобиса:

$$d_t^2 = (r_t - \mu)' \Sigma^{-1} (r_t - \mu),$$

где $r_t - \mu$ - вектор отклонений от среднего;
 Σ - ковариационная матрица.

2. Наблюдение считается аномальным, если его оценка квадрата расстояния Махаланобиса больше эмпирического $1-\alpha$ квантиля $d_{((1-\alpha)T)}^2$ и достигает “экстремального” квантиля распределения χ^2 с n степенями свободы, в данном случае - $\chi_{n,0.999}^2$.

3. Наблюдения, признанные аномальными на шаге 2, корректируются по формуле

$$r_t \sqrt{\max\left(d_{((1-\alpha)T)}^2, \chi_{n,0.999}^2\right) / d_t^2}.$$

В табл. 1 можно увидеть, как изменились характеристики ряда после удаления экстремальных значений. Среднее и медиана не изменились, коэффициент асимметрии существенно снизился, а коэффициент эксцесса снизился более чем в 10 раз, что подтверждает эффективность процедуры робастного оценивания.

Таблица 1

Основные характеристики остатков модели ARMA (4,3) до и после корректировки аномальных наблюдений

Характеристика	Значение для остатков ARMA (4,3)	Значение для остатков ARMA (4,3) после корректировки выбросов
Минимум	-0.2860	-0.1093
Максимум	0.3470	0.1093
Среднее	0.0000	0.0000
Стандартное отклонение	0.0296	0.0266
Медиана	0.0007	0.0007
Эксцесс	14.240	1.3720
Коэф. асимметрии	0.4247	-0.0889

Таблица 2

Проверка остатков ARMA (4,3), их квадратов и модулей на наличие автокорреляции

Временной ряд	Q-тест Льюнга - Бокса		LM-тест	
	Значение наблюдаемой статистики χ^2	p-value	Значение наблюдаемой статистики	p-value
Скорректированные остатки ARMA (4,3)	30.029	0.003	438.237	≈ 0
Квадраты остатков ε_t^2	968.209	≈ 0	-	-
Модули остатков $ \varepsilon_t $	422.941	≈ 0	-	-

Проверка свойств авторегрессионной гетероскедастичности предполагает тестирование на наличие автокорреляции квадратов и модулей остатков. Для этих целей был использован Q-тест Льюнга - Бокса, поскольку он проверяет сразу несколько лагов и хорошо работает в случае отсутствия нормального распределения остатков. Кроме того, была проведена проверка остатков с использованием LM-теста Энгля. Результаты проверки представлены в табл. 2. Как было отмечено ранее с помощью АКФ, гипотезу о наличии автокорреляции в остатках ARMA(4,3) можно отвергнуть. Однако результаты тестирования квадратов и модулей остатков, а также проведенный LM-тест указывают на наличие в них эффекта авторегрессионной условной гетероскедастичности.

Поиск наилучшей комбинации параметров α и β был произведен путем перебора всех вариантов ARCH модели до пятого лага и GARCH (1,1). Для сравнения были использованы 5 информационных критериев - Акаике (AIC), Шварца (BIC), Шибата (SIC) и Ханнана-Куина (HQC). Как видно из табл. 3, качество подгонки ARCH растёт по мере увеличения лага, однако обобщенная модель с учетом условной дисперсии GARCH (1,1) дает наилучший результат по всем использованным критериям.

Таким образом, для прогнозирования волатильности лучше всего подходит модель

GARCH (1,1). Из формулы процесса GARCH (p,q) следует, что в стандартизированных остатках модели не должно быть автокорреляции.

Исходя из общего уравнения GARCH эти остатки можно получить как частное от деления остатков модели на условные стандартные отклонения (корень из условной дисперсии). На АКФ и ЧАКФ модели GARCH (1,1) нет значимой автокорреляции, что также подтверждается результатами теста Льюнга - Бокса (p-value = 0.0299). На основе данной модели был построен 20-дневный прогноз Value at Risk.

Поскольку исходный ряд представляет собой разницы логарифмов, результаты прогноза VaR также должны быть преобразованы к исходному виду. Согласно свойствам непрерывно начисляемых процентов логарифмический показатель изменения доходности во времени выражается следующей формулой:

$$S_t = S_0 e^{r_t t},$$

где S_0 - доходность в текущий момент времени;

S_t - доходность в момент времени t ;

r_t - логарифмический показатель изменения доходности.

По свойству логарифмических разностей:

$$Var\left(\sum_{i=1}^t r_i\right) = \sigma\sqrt{t}.$$

Таблица 3

Выбор модели авторегрессионной условной гетероскедастичности

Модель	AIC	BIC	SIC	HQC
ARCH(1)	68.26347	68.26906	68.26347	68.26547
ARCH(2)	-4.709004	-4.701559	-4.709007	-4.706338
ARCH(3)	-4.753905	-4.744599	-4.753910	-4.750573
ARCH(4)	-4.797329	-4.786161	-4.797336	-4.793330
ARCH(5)	-4.820470	-4.807441	-4.820479	-4.815805
GARCH(1,1)	-4.917822	-4.910376	-4.917824	-4.915155

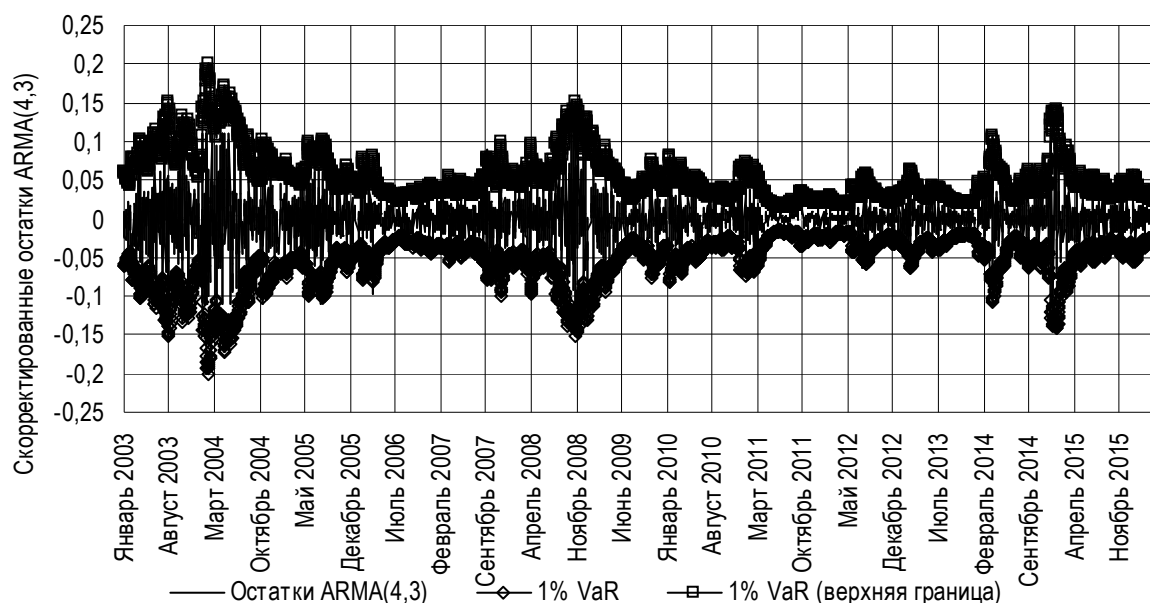


Рис. 5. Остатки модели ARMA (4,3) с границами 1% VaR, полученными из модели GARCH (1,1)

С учетом свойств логарифмической структуры временного ряда прогноз безусловной дисперсии временного ряда на 20 дней может быть представлен в виде накопленной суммы прогнозных значений σ_t^2 , полученных по модели. Среднее значение изменения логарифма доходности в текущей спецификации GARCH остается постоянным.

Результаты прогноза условного и безусловного VaR на 20 рабочих дней представлены в табл. 4. Там же указаны фактические значения бескупонной доходности, полученные с сайта ЦБ РФ за аналогичный период. Как видно из табл. 4, фактическая ставка бескупонной доходности за период с 12 апреля 2016 г. по 12 мая 2016 г. не выходила за

Таблица 4

Прогнозные значения VaR для ставок бескупонной доходности по однолетним ОФЗ

Дата	Прогнозное значение бескупонной доходности, %	Условный VaR		Безусловный VaR		Фактическое значение, %
		99% VaR, %	95% VaR, %	99% VaR, %	95% VaR, %	
12.04.2016	9.6703	9.4440	9.5097	9.4440	9.5097	9.76
13.04.2016	9.6707	9.4396	9.5066	9.3490	9.4421	9.67
14.04.2016	9.6710	9.4353	9.5035	9.2748	9.3892	9.66
15.04.2016	9.6714	9.4311	9.5005	9.2111	9.3436	9.90
18.04.2016	9.6717	9.4269	9.4976	9.1539	9.3027	9.73
19.04.2016	9.6720	9.4229	9.4947	9.1013	9.2649	9.67
20.04.2016	9.6724	9.4189	9.4919	9.0520	9.2295	9.57
21.04.2016	9.6727	9.4150	9.4891	9.0054	9.1960	9.56
22.04.2016	9.6731	9.4111	9.4863	8.9609	9.1639	9.70
25.04.2016	9.6734	9.4073	9.4836	8.9181	9.1331	9.69
26.04.2016	9.6737	9.4036	9.4810	8.8768	9.1032	9.73
27.04.2016	9.6741	9.3999	9.4783	8.8368	9.0743	9.67
28.04.2016	9.6744	9.3963	9.4758	8.7978	9.0460	9.73
29.04.2016	9.6748	9.3927	9.4732	8.7598	9.0185	9.65
04.05.2016	9.6751	9.3892	9.4707	8.7226	8.9915	9.67
05.05.2016	9.6754	9.3858	9.4682	8.6862	8.9650	9.55
06.05.2016	9.6758	9.3823	9.4658	8.6505	8.9390	9.59
10.05.2016	9.6761	9.3790	9.4634	8.6154	8.9135	9.55
11.05.2016	9.6765	9.3756	9.4610	8.5808	8.8883	9.40
12.05.2016	9.6768	9.3723	9.4587	8.5468	8.8634	9.44

пределы прогнозных границ волатильности. С ростом периода упреждения значения безусловной VaR-ставки снижаются.

Показатель Value at Risk в крупных инвестиционных компаниях рассчитывается на постоянной основе по различным категориям финансовых инструментов, в том числе и по ГКО ОФЗ. Применение модели авторегрессионной условной гетероскедастичности, а также регулярное обновление прогноза VaR на различных участках кривой бескупонной доходности позволяют не только получать оперативную информацию о возможных рисках при совершении крупных займов или вложений, но и формировать собственный прогнозный вариант кривой бескупонной доходности, который, возможно, укажет на изменение направления движения рынка.

Однако данная модель должна регулярно модифицироваться по мере накопления ошибок и появления новостей, оказывающих существенное влияние на биржевые котировки. Также следует помнить, что практический смысл подобных моделей сводится в основном к анализу и моделированию краткосрочной волатильности. Прогнозирование на длительный срок по финансовым рядам практически невозможно, что связано с непрерывным движением рынка и случайным характером совершаемых на нем операций.

Модель GARCH (1,1) показывает неплохие результаты при прогнозировании дисперсии, однако, если требуется построить точечный прогноз, необходимо использовать какую-либо SARIMA-модель с GARCH (1,1) в

остатках. Улучшить качество прогноза при наличии большого числа сопоставимых показателей можно путем расширения одномерной GARCH до многомерной. Кроме того, существуют десятки различных модификаций для одномерной GARCH, которые позволяют прогнозировать волатильность с учетом дрефта, асимметрии, экстремальных значений (EGARCH, GJR-GARCH и т. п.). Отдельно следует отметить возможность выбора распределения при оценке модели. В настоящий момент существует большое количество различных вариантов, включая асимметричные версии нормального и t-распределения, GED-распределение (General Error Distribution) и др. Весь этот инструментарий вместе с непараметрическими методами оценки VaR может существенно сократить трудозатраты на формирование ежедневной и еженедельной отчетности в крупных банках, инвестиционных фондах, а также во всех прочих организациях, совершающих операции на финансовом рынке⁴.

¹ Лукасевич И.Я. Моделирование временной структуры процентных ставок // Экономика. Налоги. Право. 2016. № 1.

² Там же.

³ Boudt K., Peterson C., Croux C. Estimation and decomposition of downside risk for portfolios with non-normal returns // The Journal of Risk. 2008/09. Vol. 11, № 2.

⁴ Ваганова Д.З., Сорокина М.Г. Новые формы привлечения недорогого фондирования на рынок ипотечного кредитования // Вестник Самарского государственного экономического университета. Самара, 2014. № 12 (122).

Поступила в редакцию 06.05.2016 г.