

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОКАЗАНИЯ УСЛУГ

© 2015 Л.А. Сосунова, В.И. Фомин*

Ключевые слова: логистика услуг, коммерческая деятельность, математическое моделирование, моделирование комплекса услуг, теория массового обслуживания, коммерческие решения, услуги на оптовом рынке.

Рассматривается задача математического моделирования комплекса услуг на оптовом рынке. Применяются методы теории массового обслуживания, дается детализация объекта моделирования, описывается применяемый инструментарий.

Коммерция как комплекс мероприятий, связанных с куплей-продажей товаров и услуг с целью получения дохода, сопряжена с немалым риском. Именно в коммерции в полной мере имеет место так называемый предпринимательский риск. Этот риск выражается в неполучении ожидаемого дохода до утраты денежных средств и имущества и в конечном счете до полного банкротства фирмы. Отсюда следует, что предприниматель в своей коммерческой деятельности должен свести к минимуму вероятность риска, это достигается путем принятия наилучших решений.

Нахождение оптимальных решений, их оценка, анализ влияния на них различных факторов невозможны без применения методов экономико-математического моделирования. В настоящее время для решения экономических задач разработан широкий спектр математических методов.

В рассматриваемом случае объектом моделирования является комплекс услуг. Цель моделирования - нахождение коммерческих решений, т.е. решений, обусловленных управлением процессами реализации услуг (или процессами их выполнения, ожидания, производства) на оптовом рынке. Схема принятия решений приведена на рисунке.

Как видно из представленной схемы, модель процесса оказания услуг, отражая услуги, порождаемые оптовым товарным рынком, и услуги, необходимые конкретному покупателю (клиенту), содержит блок нахождения решений. Процесс нахождения решения является итерационным, поскольку не-

обходимо учитывать возможные ограничения и требования эффективности, при этом итерации повторяются до принятия наилучшего решения. Это решение обеспечивает реализацию товаров и услуг $(V_m + V_y)$ и получение максимального валового дохода.

Для моделирования процесса реализации услуг на оптовом рынке может быть применен самый разнообразный математический аппарат; но наиболее эффективной является теория массового обслуживания.

Теория массового обслуживания - раздел математики, описывающий и изучающий системы, предназначенные для обслуживания потока заявок (требований) случайного характера. Теория массового обслуживания сформировалась и продолжает развиваться как инструмент моделирования процессов, связанных с оказанием всякого рода услуг.

Аппарат теории массового обслуживания позволяет моделировать выполнение услуг в интересах как клиентуры, так и исполнителей, т.е. соблюдается взаимная выгода сторон - необходимое условие успешной коммерческой деятельности на рынке услуг.

Основным понятием теории массового обслуживания является поток заявок (требований). Для большинства случаев целесообразно поток заявок считать простейшим, или пуассоновским.

Поток заявок будет простейшим, если он обладает следующими свойствами:

1) стационарностью (плотность потока - количество заявок в единицу времени $\lambda = \text{const}$);

* Сосунова Лильяна Алексеевна, доктор экономических наук, профессор, зав. кафедрой маркетинга и логистики; Фомин Владимир Ильич, доктор педагогических наук, доцент. - Самарский государственный экономический университет. E-mail: vestnik_sgeu@mail.ru.

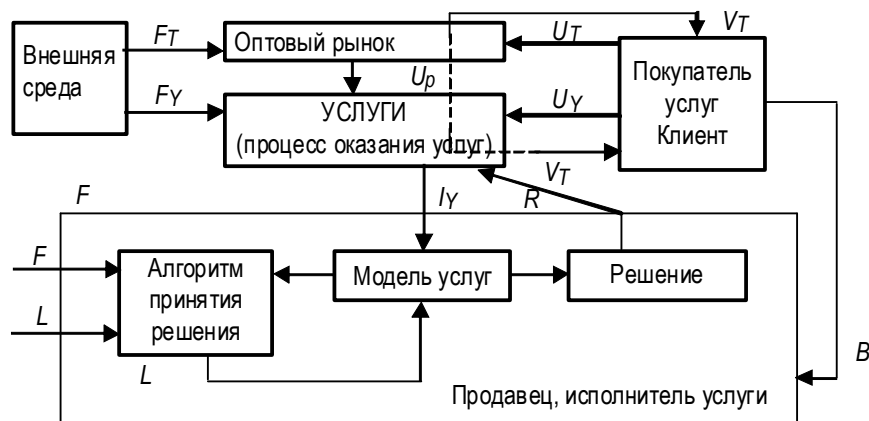


Рис. Схема принятия решений в логистике услуг на оптовом рынке:

U_m - потребность (спрос) покупателя на товары оптового рынка;

U_y - спрос покупателя на услуги оптового рынка;

U_p - спрос оптового товарного рынка на услуги;

F_m - влияние внешней среды на конъюнктуру оптового товарного рынка;

F_y - влияние внешней среды на конъюнктуру рынка услуг;

I_y - обобщенная информация о конъюнктуре и состоянии рынка услуг;

E - критерии эффективности оказываемых услуг (доход, увеличение оптового товарооборота, минимум издержек, максимум дохода и др.);

L - ограничения (по времени, по наличию материальной базы и др.);

V_m - объем закупаемых материальных ресурсов на оптовом рынке;

V_y - объем выполняемых услуг для данного оптового покупателя, который одновременно выступает и как клиент услуг;

R - принимаемые решения;

B - валовой доход (выручка) продавца за реализованные товары и выполненные услуги.

2) ординарностью, т.е. в каждый момент времени на обслуживание приходит одна заявка;

3) отсутствием последствия, т.е. все заявки приходят на обслуживание независимо друг от друга.

При таком потоке количество заявок m , приходящееся на отрезок времени t , распределено по закону Пуассона:

$$P_m(t) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} \cdot e^{-\lambda t},$$

где λ - плотность потока заявок, т.е. количество заявок в единицу времени.

Состояние системы обслуживания описывается формулой Эрланга:

$$P_k = \frac{\frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n},$$

где n - количество аппаратов или каналов обслуживания; P_0 - вероятность того, что все аппараты обслуживания свободны; P_1 - вероятность того, что занят 1 аппарат обслуживания;; P_k - вероятность того, что занято k аппаратов обслуживания, ($0 \leq k \leq n$);; P_n - вероятность того, что заняты все n

аппаратов обслуживания, или вероятность образования очереди на обслуживание; λ - плотность входного потока; μ - плотность выходного потока, т.е. величина, обратная среднему времени обслуживания одной заявки.

В реальности системами массового обслуживания могут быть различные предприятия производства, торговли и собственно сферы обслуживания: промышленные предприятия, оптово-торговые фирмы, железнодорожные станции, морские и речные порты, аэропорты, магазины, банки, биржи, склады и базы, ремонтные мастерские, гостиницы и многое другое.

При использовании аппарата теории массового обслуживания важно установить: содержание заявки и то, в чем заключается обслуживание - содержание услуги; что из себя представляют в реальности система обслуживания и ее аппараты; характеристику потока заявок.

В качестве примера промоделируем работу складского комплекса оптово-торгового предприятия с целью определения пропускной способности приемо-сдаточных средств.

Технологический процесс работы склада состоит в выполнении основных вспомогательных операций. К основным операциям относятся прием, хранение и выдача груза, к вспомогательным - работы по поддержанию товарного вида грузов, в их контроле по количеству и качеству и т.п.

В современных условиях прием груза на склад от поставщиков и выдача его потребителям осуществляются средствами перегрузочной механизации и соответствующим персоналом, который, с одной стороны, управляет механизацией, а с другой стороны, документально оформляет прием-выдачу груза.

Операции приема и сдачи груза связаны с простым транспортным средством под погрузочно-разгрузочными работами.

Практический интерес представляет операция по выдаче грузов потребителям, поскольку количество последних намного превышает число поставщиков. Кроме того, в силу ограниченности числа поставщиков входящий поток грузов на склад в значительной мере зарегулирован, почти детерминирован, в то время как поток требований на материалы от потребителей на склад носит случай-

ный характер и по своим свойствам весьма близок к простейшему пуассоновскому.

Рассмотрим следующую ситуацию: груз со склада выдается с 4 погрузочных площадок, оборудованных необходимыми средствами механизации. Выдача осуществляется ежедневно с 8 до 20 ч ($T = 12$ ч). Потребители обращаются за грузом со своим автотранспортом в среднем 24 раза в день ($N = 24$). Время загрузки одной машины определено выборочным исследованием и представлено следующим рядом:

Время загрузки одной машины, ч	До 1	2	3	4	5	6 и выше
Количество автомашин	75	17	5	1	1	1

Всего исследовано 100 машин, общее время погрузки - 100 ч, таким образом, среднее время загрузки одной машины - 1 ч.

Если все погрузочные площадки оказываются занятыми, прибывшая автомашина убывает, не дожидаясь освобождения погрузочной площадки, чтобы прибыть вновь в следующий раз.

Требуется определить характеристики обслуживания на основе следующих данных.

1. Система массового обслуживания - группа погрузочных площадок склада.

2. Канал обслуживания - погрузочная площадка, оборудованная подъемным краном и автопогрузчиком с обслуживающим персоналом.

3. Обслуживание заключается в загрузке автомашин товарами со склада.

4. Поток заявок простейший пуассоновский, так как машины приходят на склад в течение всего рабочего дня (выполняется требование стационарности потока), на территорию погрузочных площадок через ворота может въехать только одна автомашина (выполняется требование ординарности потока), автомашины разных многочисленных потребителей приходят на склад независимо друг от друга (выполняется требование отсутствия последствия).

$$\text{Плотность потока равна } \lambda = \frac{N}{T} = \frac{24}{12} = 2 \text{ маш./ч.}$$

По формуле Пуассона определим вероятности прибытия на склад в течение одного часа нескольких автомашин. Результаты рас-

чета вероятностей по формуле Пуассона при $t=1$ и $\lambda = 2$:

Количество автомашин m	0	1	2	3	4	5	6	7
Вероятности $P_m(t)$	0,135	0,270	0,270	0,180	0,090	0,036	0,012	0,003

Как показывают полученные данные, наиболее вероятен приход на склад в течение одного часа одной и двух машин, сравнительно высока потребность вообще отсутствия машин в течение часа, кроме того, достаточно высока вероятность прибытия в течение часа трех и четырех автомашин, прибытие же пяти, шести, семи и более машин маловероятно.

Таким образом, полученные по формуле Пуассона данные несут определенную информацию для организации рациональной работы склада. Практический интерес представляют данные о распределении интервалов времени прибытия автомашин на склад.

Зная плотность распределения интервалов, можно определить вероятность (или частоту) появления интервала времени t_1 и t_2 между двумя событиями:

$$p = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$$

Для экспоненциального закона данная формула примет следующий вид:

$$p = \lambda \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda t_2} - e^{-\lambda t_1}.$$

Распределение интервалов прибытия автомашин на склад при $\lambda = 2$ имеет следующий вид:

Интервал прибытия, ч	0,5	1	1,25	2	2,5	3	3,5
Вероятность, p	0,005	0,26	0,47	0,17	0,064	0,022	0,009

Как показывают полученные данные, почти половина (47%) всех автомашин приходит на склад с интервалом 1 ч, несколько более четверти всех автомашин (26%) - с интервалом 30 мин. Сравнительно велика вероятность интервала в 1,5 ч, интервалы же в 2 ч и более весьма маловероятны.

Как уже отмечалось, время обслуживания также подчинено экспоненциальному за-

кону с параметром μ . Определим распределение времени обслуживания, времени по-

грузки одной автомашины, затем теоретические данные сравним с фактическими:

Время погрузки, ч.	До 1	2	3	4	5	6 и выше
Вероятность или теоретическая частота, %	63,0	23,5	8,5	3,2	1,1	0,7
Фактическая частота, %	75,0	17,0	5,0	1,0	1,0	1,0

Зная параметры λ и μ , введем величину

$$\alpha \text{ ("приведенную плотность потока")}: \alpha = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Величина α показывает, как часто приходят заявки и как долго они обслуживаются. Именно величина α определяет пропускную способность системы массового обслуживания с n каналами обслуживания.

Для многоканальной системы с отказами (т.е. если заявка застаёт все каналы занятыми, она покидает систему необслуженной) вероятности состояния ее определяются по формуле Эрланга:

$$P_k = \frac{\frac{\alpha^k}{k!}}{1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}}.$$

Формула Эрланга определяет вероятность того, что прибывшая для обслуживания заявка застанет систему свободной ($K = 0$) или занятыми 1, 2, ... k каналов обслуживания. При $k = n$ заявка застанет все n каналов занятыми и получает отказ в обслуживании.

В нашем случае $\lambda = 2$. По формуле Эрланга определим вероятности того, что прибывшая на склад автомашина застаёт занятыми 0, 1, 2, 3, 4 погрузочных площадок:

Количество занятых площадок, k	0	1	2	3	4
Вероятности, p_k	0,143	0,286	0,286	0,190	0,095

Полученные данные можно интерпретировать таким образом, что 14,3% своего времени погрузочные площадки простаивают в ожидании автомашин, а 9,5% - полностью загружены и все прибывающие вновь автомашины получают отказ.

Очевидно, пропускная способность системы определяется формулой

$$P_p = 1 - P_n.$$

В рассматриваемом случае пропускная способность площадок равна 90,5%.

Вопрос об оптимальном количестве каналов обслуживания, а следовательно, об оптимальной пропускной способности системы определяется экономическими соображениями: при случайном потоке заявок для уменьшения вероятности отказов в обслуживании, которые приводят к определенному экономическому

♦ данные графы 3 “количество суток в году отказов” определяются произведением 365 сут на соответствующую вероятность отказов, т.е. весь период, а 365 сут принимается за 1;

♦ данные графы 4 “убытки от отказов” получаются умножением количества суток отказов на величину убытка, отнесенного на одни сутки;

♦ данные графы 5 “количество резервных площадок” получены как разность $(n - 2)$, где 2 - это то количество погрузочных площадок, которое было бы достаточным, если автомашины приходили бы на склад строго равномерно - 2 машины в час - и грузились ровно 1 ч. Эта величина - 2 площадки - получается простым арифметическим расчетом по приведенным исходным данным;

♦ порядок получения данных граф 6 и 7 очевиден.

Кол-во площадок, n	Вероятность отказа, P_n	Кол-во суток в году отказов $(365 \cdot P_n)$	Убытки от отказов, млн руб.	Кол-во резервных площадок, $(n - 2)$	Затраты на резерв, млн руб.	Суммарные затраты, млн руб./год
2	0,4	146	14,6	0	0	14,6
3	0,212	77	7,7	1	3,5	11,2
4	0,095	34,5	3,45	2	7	10,45
5	0,037	13,5	1,35	3	10,5	11,85

ущербу, необходимо иметь дополнительные каналы обслуживания, которые также требуют дополнительных расходов на свое содержание. Следовательно, оптимальное количество каналов обслуживания будет соответствовать минимуму суммарных расходов на содержание дополнительного числа каналов и минимуму ущерба от отказов в обслуживании.

Сказанное поясняется примером при следующих дополнительных данных:

♦ содержание одной погрузочной площадки - 3,5 млн руб./год;

♦ убытки от отказов в обслуживании - 100 тыс. руб./сут.

Ниже приводится расчет. Пояснение к расчету (см. таблицу):

♦ данные графы 1 “количество погрузочных площадок” назначаются как варианты;

♦ данные графы 2 “вероятность отказа” определяются по формуле Эрланга при $k = n$, а в качестве n принимаются, соответственно, варианты с 2, 3, 4 и 5 площадками;

Таким образом, расчет показывает, что оптимальное число площадок для заданных условий должно равняться 4, ибо при нем имеет место минимум суммарных затрат.

По приведенной схеме можно моделировать - в поисках оптимума - практически любые процессы, связанные с обслуживанием клиентуры оптового рынка.

1. Чернова Д.В., Евтодиева Т.Е. Исследование рынка товаров и услуг в коммерции : учеб. пособие. Самара : Ас Гард, 2012. 206 с.

2. Сосунова Л.А. Логистика услуг в системе оптового товародвижения. Самара : Изд-во Самар. гос. экон. акад., 2004. 236 с.

3. Калышенко В.Н., Сталькина У.М. Развитие системы и качества услуг // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2013. № 12.

4. Чернова Д.В., Кокин А.В. Создание электронной торговой площадки на основе концепции CRM // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2013. № 12.

Поступила в редакцию 03.08.2015 г.