

ДИСКРЕТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА

© 2015 С.И. Макаров, А.П. Сизиков*

Ключевые слова: сетевой направленный граф, смесевой пул, глубина переработки, уровень рентабельности, динамическая модель нефтепереработки, базовые технологические режимы.

Статья продолжает цикл работ авторов по моделированию нефтеперерабатывающего производства с использованием сетевых направленных графов. Анализируется динамический вариант модели, учитывающий переходящие запасы и возможности резервуарного парка. Режим работы установки определяется как выпуклая линейная комбинация ее базовых технологических режимов. Смесевой пул рассматривается как узел с несколькими входящими потоками и одним исходящим. Исследуется возможная несовместность системы ограничений.

Статический вариант модели в литературе уже описан. Параметры усреднялись по продолжительным временным отрезкам. Запасы явным образом в модель не вводились. Учитывались лишь условия материального баланса по нефтепродуктам. Считалось, что запасы на начало и конец периода моделирования совпадают¹.

В динамической модели, используемой в качестве инструмента календарного планирования, необходимо отображать переходящие запасы и учитывать возможности резервуарного парка. Полуфабрикаты, компоненты смешения, нефтепродукты могут не сразу вовлекаться в переработку, а храниться некоторое время в специально предназначенных для этого резервуарах. Уровни запасов сырья и промежуточных продуктов могут колебаться в значительных пределах. Это обусловлено аварийными и планово-предупредительными простоями установок, неравномерными поставками сырья, неравномерной отгрузкой товарной продукции.

Таким образом, резервуары играют в производственной системе роль развязок. Благодаря запасам установки могут некоторое время работать относительно независимо. Вместе с тем, запасы - это связывание оборотных средств и прямые расходы. Возникает комплексная задача, которая состоит в расчете материальных потоков и запасов с учетом: 1) качества нефти и графика ее поставок; 2) режимов работы и графиков ремонта установок; 3) требований по качеству продуктов смешения и других технико-экономических факторов.

Нефтеперерабатывающее производство в целом можно представить в виде сетевого направленного графа. Множество вершин (узлов) этого графа $K = U \cup S$, где U - множество установок, S - множество смесевых пулов. Дуги отражают потоки нефтепродуктов - сырья, полуфабрикатов, товарных продуктов. Пусть I - множество нефтепродуктов. Каждый продукт может быть представлен одним или несколькими потоками. Если J_j - множество потоков, представляющих продукт $j \in I$, тогда множество всех потоков есть $J = \bigcup_{j \in I} J_j$.

Для того, чтобы преобразовать описанный в статьях² статический вариант в динамический, разобьем период моделирования на T интервалов. Введем неотрицательные переменные: x_{jt} - интенсивность j -го потока в t -м периоде; z_{jt} - запас j -го продукта на конец t -го периода.

Запас продукта на конец каждого периода определяется запасом на начало этого периода, а также интенсивностями потоков, пополняющих и расходуемых этот продукт:

$$z_{jt} = z_{j(t-1)} + \sum_{j \in J_j^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_j^-} x_{jt},$$

$$j \in I, t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

где $J_j^+ (J_j^-)$ - множество потоков, пополняющих (расходуемых) j -й продукт.

* Макаров Сергей Иванович, доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики и ЭММ. E-mail: maksis@sssu.ru; Сизиков Александр Павлович, кандидат экономических наук, доцент. E-mail: apsizikov@mail.ru. - Самарский государственный экономический университет.

Переносим переменные в левую часть, а константы в правую, для всех $i \in I$ получим:

$$\begin{cases} z_{it} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = z_{i0}, & t = 1, \\ -z_{i(t-1)} + z_{it} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = 0, & t = 2, \dots, T, \end{cases}$$

где z_{i0} - запас i -го продукта на начало моделирования.

Ограничения по текущим запасам:

$$Z_{ht}^- \leq \sum_{i \in I_h} z_{it} \leq Z_{ht}^+, \quad h \in H, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (2)$$

где H - множество резервуарных групп;

I_h - множество продуктов, для хранения которых используется h -я резервуарная группа; Z_{ht}^- , Z_{ht}^+ - пределы заполнения h -й резервуарной группы в t -м периоде.

Ограничения по поставкам сырья и полуфабрикатов со стороны:

$$P_{it}^- \leq \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in J_i^+} x_{j\tau} \leq P_{it}^+, \quad i \in I^+, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

где I^+ - множество продуктов, поступающих со стороны; P_{it}^+ - объем поставки сырья за время с начала моделирования до окончания текущего временного интервала;

P_{it}^- - минимально необходимое вовлечение этого ингредиента в производство за тот же период (ограничений снизу может не быть, тогда $P_{it}^- = 0$).

Требования по отгрузке товарной продукции:

$$V_{it}^- \leq \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in J_i^-} x_{j\tau} \leq V_{it}^+, \quad i \in I^-, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (4)$$

где I^- - множество товарных продуктов;

V_{it}^- (V_{it}^+) - пределы отгрузки товарного продукта за время с начала моделирова-

ния до окончания текущего временного интервала.

Материальные балансы узлов те же, что и в статическом варианте, только определяются теперь для каждого временного интервала:

$$\sum_{j \in J_k^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_k^-} x_{jt} = 0, \quad k \in K, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (5)$$

Ограничения по загрузке узлов:

$$L_{kt}^- \leq \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} \leq L_{kt}^+, \quad k \in K, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (6)$$

где L_{kt}^- , L_{kt}^+ - пределы загрузки k -го узла в t -м периоде.

Установки в контексте всей системы рассматриваются как элементы преобразования входных потоков в выходные в соответствии с определенными пропорциями. В этом случае установка представляется набором базовых технологических режимов с заданными коэффициентами отборов. Пусть R_k - множество базовых режимов (или вариантов смешения, если $k \in S$), определенных для k -го узла. Каждый режим задан коэффициентами "затраты - выпуск" $a_r = (a_{ir}, i \in I)$, где a_{ir} - количество i -го продукта, расходуемого ($a_{ir} < 0$) или получаемого ($a_{ir} > 0$) при единичной интенсивности r -го режима. В более общем случае эти параметры могут быть заданы интервально: $a_r \in [a_r^-, a_r^+]$. При таком способе моделирования режим работы установки определяется как выпуклая линейная комбинация ее базовых технологических режимов.

В динамическом варианте модели каждой установке будет соответствовать не один типовой блок, как в статическом варианте, а несколько, по числу временных интервалов. Соответственно вводятся переменные $\{x_{jrt}, r \in R_k\}$, где x_{jrt} - интенсивность j -го потока для режима r на временном отрезке t . Для связи этих переменных с переменными основной группы вводятся балансовые уравнения:

$$x_{ji} - \sum_{r \in R_k} x_{jrt} = 0, \quad j \in J_k^+ \cup J_k^-,$$

$$t = 1, 2, \dots, T, \quad (7)$$

и для каждого $r \in R_k$ и $t = 1, 2, \dots, T$ вводится блок

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ijr}^- x_{jrt} \geq 0, \quad i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ijr}^+ x_{jrt} \leq 0, \quad i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ijr} x_{jrt} - x_{irt} = 0, \quad i \in J_k^-, \\ x_{jrt} \geq 0, \quad j \in J_k^+ \cup J_k^-, \end{array} \right. \quad (8)$$

где $\alpha_{ijr}^- = \begin{cases} 1 - \delta_{ir}^-, & i = j, \\ -\delta_{ir}^-, & i \neq j, \end{cases}$ $\alpha_{ijr}^+ = \begin{cases} 1 - \delta_{ir}^+, & i = j, \\ -\delta_{ir}^+, & i \neq j. \end{cases}$

Смесевой пул $k \in S$ можно рассматривать как узел с несколькими входящими потоками (компонентами смешения) и одним исходящим - продуктом смешения. На пропорции компонентов смешения могут быть наложены прямые ограничения. Тогда

$$a_k = (a_{kj}, j \in J_k^+ \cup J_k^-), \text{ где } a_{kj} \in [a_{kj}^-, a_{kj}^+],$$

$j \in J_k^+$, и $a_{kj} = 1$ для выходного продукта.

На пропорции компонентов в смеси влияют также требования по качеству продукта. Контролируемыми параметрами при получении, например, товарных бензинов являются: плотность смеси, содержание серы, фракционный состав, октановое число, упругость паров и др. Несмотря на разнообразие условий спецификации, большинство из них могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} l(p_q^-) \sum_{j \in J_k^+} \frac{x_{jt}}{\rho_{oj}} &\leq \sum_{j \in J_k^+} l(p_{qj}) \frac{x_{jt}}{\rho_{oj}} \leq \\ &\leq l(p_q^+) \sum_{j \in J_k^+} \frac{x_{jt}}{\rho_{oj}}, \quad q \in Q_k, \end{aligned} \quad (9)$$

где Q_k - множество параметров качества для k -го смесового пула (продукта смешения);

ρ_{qj} - значение q -го параметра

j -го компонента; ρ_q^-, ρ_q^+ - нижняя и верхняя

границы параметра для продукта;

$l(p)$ - индекс параметра (его значение в другой системе координат); ρ_{oj} - базовый параметр (для пересчета значения величины ρ_{qj} на единицу массы).

Тогда для каждого смесового пула $k \in S$ и $t = 1, 2, \dots, T$ можно записать следующее:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^- x_{jt} \geq 0, \quad i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^+ x_{jt} \leq 0, \quad i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^- x_{jt} \geq 0, \quad q \in Q_k, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^+ x_{jt} \leq 0, \quad q \in Q_k, \end{array} \right. \quad (10)$$

где $\alpha_{ij}^- = \begin{cases} 1 - \delta_{kj}^-, & i = j, \\ -\delta_{kj}^-, & i \neq j, \end{cases}$ $\alpha_{ij}^+ = \begin{cases} 1 - \delta_{kj}^+, & i = j, \\ -\delta_{kj}^+, & i \neq j, \end{cases}$

$$\beta_{qj}^- = \frac{l(\rho_{qj}) - l(\rho_q^-)}{\rho_{oq}}, \quad \beta_{qj}^+ = \frac{l(\rho_{qj}) - l(\rho_q^+)}{\rho_{oq}}.$$

Уравнения топливного баланса в динамической постановке выглядят следующим образом:

$$\sum_{j \in J_q^+} \theta_j^+ x_{jt} - \sum_{k \in K} \theta_k^- \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (11)$$

При формулировании ограничений по отраслевому показателю глубины переработки учитываются объемы продуктов за весь период моделирования:

$$\begin{aligned} (1 - \Gamma_0^-) \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_H} x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_M} x_{jt} - \\ - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_C} x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_N} x_{jt} \geq 0. \end{aligned}$$

Аналогично вводится ограничение по заводскому показателю глубины переработки:

$$(1 - \Gamma_3^-) \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_H} x_{jt} + (1 - \Gamma_3^-) \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_P} x_{jt} -$$

$$-\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_M} x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_C} x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_\Pi} x_{jt} \geq 0.$$

Требование по выходу светлых нефтепродуктов не менее B_C (в относительных единицах):

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_B} x_{jt} - B_C \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J_H} x_{jt} \geq 0.$$

В отличие от статического варианта, в динамическом при расчете покрытия, кроме прочих, учитываются еще затраты на хранение нефтепродуктов, которые в статическом варианте по необходимости были отнесены к условно-постоянным:

$$P = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i \in I^-} c_i \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} \right) - \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i \in I^+} c_i \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{k \in K} \zeta_k \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} + \sum_{i \in I} v_i z_{it} \right),$$

где v_j - прямые и косвенные затраты, связанные с единицей запаса i -го продукта. Выражая этот показатель через удельное покрытие, получим:

$$P = \sum_{t=1}^T \sum_{j \in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} v_i z_{it}.$$

Если покрытие требуется обеспечить на уровне не менее P^- , то в модель следует ввести ограничение

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} v_i z_{it} \geq P^-.$$

Требование по уровню рентабельности не менее r^- в данном варианте модели примет следующий вид:

$$r = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} v_i z_{it} - C}{\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J} v_j x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} v_i z_{it} + C} \geq r^-. \quad (12)$$

Приводя (12) к стандартному виду, при котором все переменные находятся в левой части, а в правой остается константа, получим

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in J} (p_j - r^- v_j) x_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} (v_i - r^- v_i) z_{it} \geq (1 + r^-) C. \quad (13)$$

Практика показывает, что система ограничений в реальных задачах часто противоречива. Возможные причины: 1) технические ошибки при вводе данных; 2) задание целевых уровней технико-экономических показателей, противоречащих друг другу и/или технологическим параметрам производства. Более того, противоречивость условий может предполагаться с самого начала. Пользователя может интересовать, например, достижимость каких-то заведомо высоких показателей.

Учет возможной несовместности осуществляется аналогично тому, как это делается в статической модели. Например, ограничения (3) по загрузке узлов в модифицированном варианте модели выглядят так:

$$L_k^- \leq \sum_{j \in J_{uk}^+} x_{jt} + \frac{L_k^-}{g_k^-} \delta_{kt}^- - \frac{L_k^+}{g_k^+} \delta_{kt}^+ \leq L_k^+, \quad k \in K, t = 1, 2, \dots, T, \quad (14)$$

где $\delta_{kt}^- (\delta_{kt}^+)$ - взвешенное относительное отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) предела в текущем периоде.

Блок смесового пула $k \in S$ и $t = 1, 2, \dots, T$ модифицируется следующим образом:

$$\begin{cases} \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^- x_{jt} \geq 0, i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^+ x_{jt} \leq 0, i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^- x_{jt} + \frac{l(p_q^-)}{g_q^-} \delta_{qt}^- \geq 0, q \in Q_k, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^+ x_{jt} - \frac{l(p_q^+)}{g_q^+} \delta_{qt}^+ \leq 0, q \in Q_k, \\ \delta_{qt}^- - \delta_{qt}^* \leq 0, \delta_{qt}^+ - \delta_{qt}^* \leq 0, q \in Q_k, \end{cases} \quad (15)$$

где δ_{qt}^- (δ_{qt}^+) - взвешенное относительное

отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) предела в текущем периоде; δ^* - максимальное относительное отклонение.

Введение фактора времени существенно повышает размерность задачи. Так, если средняя по размерности статическая задача содержит порядка 2000 ÷ 3000 ненулевых элементов в матрице условий, то задача месячного планирования с посуточной разверткой может содержать уже до 90 000 ненулевых элементов. Этого много даже для таких современных, мощных систем, как LINDO, MINOS, AMPL.

Авторами исследовались три направления решения данной проблемы. Первое - снижение размерности путем исключения зависимых переменных. Это уменьшает число столбцов матрицы, но делает ее более плотной. Поэтому существенного эффекта не дает.

Второе направление - разработка алгоритмов, учитывающих структуру матрицы условий. Речь идет о декомпозиции задачи ме-

тодом Данцига - Вулфа, который применительно к данной задаче состоит в многошаговой корректировке повременной развертки плана. Метод сходится монотонно и достаточно быстро, но сложен технически. Нужно создавать специальное программное обеспечение, поскольку стандартного нет.

Третье направление - скользящее планирование по принципу "чем дальше горизонт, тем длиннее шаг". Этот подход тем более оправдан, что на практике графики поставки сырья и сбыта продукции, а также качественные характеристики нефти известны лишь на ближайшее время. Метод эвристический, но дает вполне приемлемые результаты.

¹ См.: Сизиков А.П. Многокритериальная оптимизация нефтеперерабатывающего производства на основе скалярных инвариантов // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2012. № 4 (90). С. 86 - 90; *Его же*. Разработка предметно-ориентированных систем оптимизации (на примере нефтеперерабатывающего производства) // Управление большими системами : сб. тр. Вып. 40. М. : ИПУ РАН, 2012. С. 291 - 310.

² Там же.

Поступила в редакцию 16.06.2015 г.