УДК 519.87

ДИСКРЕТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА

© 2015 С.И. Макаров, А.П. Сизиков*

Ключевые слова: сетевой направленный граф, смесевой пул, глубина переработки, уровень рентабельности, динамическая модель нефтепереработки, базовые технологические режимы.

Данная статья продолжает цикл авторских работ, посвященных моделированию нефтеперерабатывающего производства с использованием сетевых направленных графов. Представлен динамический вариант модели, учитывающий переходящие запасы и возможности резервуарного парка. Режим работы установки определяется как выпуклая линейная комбинация ее базовых технологических режимов. Смесевой пул рассматривается как узел с несколькими входящими потоками и одним исходящим. Исследуется возможная несовместность системы ограничений.

В статьях[1] описан статический вариант модели. Параметры усреднялись по продолжительным временным отрезкам. Запасы явным образом в модель не вводились. Учитывались лишь условия материального баланса по нефтепродуктам. Считалось, что запасы на начало и конец периода моделирования совпадают.

В динамической модели, используемой в качестве инструмента календарного планирования, необходимо отображать переходящие запасы и учитывать возможности резервуарного парка. Полуфабрикаты, компоненты смешения, нефтепродукты могут не сразу вовлекаться в переработку, а храниться некоторое время в специально предназначенных для этого резервуарах. Уровни запасов сырья и промежуточных продуктов могут колебаться в значительных пределах. Это обусловлено аварийными и планово-предупредительными простоями установок, неравномерными поставками сырья, неравномерной отгрузкой товарной продукции.

Таким образом, резервуары играют в производственной системе роль развязок. Благодаря запасам установки могут некоторое время работать относительно независимо. С другой стороны, запасы - это связывание оборотных средств и прямые расходы. Возникает комплексная задача, которая состоит в расчете материальных потоков и запасов с учетом: 1) качества нефти и графика ее поставок; 2) режимов работы и графиков ремонта установок; 3) требований по качеству продуктов смешения и других технико-экономических факторов.

Нефтеперерабатывающее производство в целом можно представить в виде сетевого направленного графа со множеством вершин (узлов): $K = U \cup S$, где U - множество установок, S - множество смесевых пулов. Дуги отражают потоки нефтепродуктов (сырья, полуфабрикатов, товарных продуктов). Пусть I - множество нефтепродуктов. Каждый продукт может быть представлен одним или несколькими потоками. Если J_i - множество потоков, представляющих продукт $i \in I$, тогда множество всех потоков есть $J = \bigcup_{i \in I} J_i$.

Для того чтобы преобразовать статический вариант, описанный в статьях[2], в динамический, разобьем период моделирования на T интервалов. Введем неотрицательные переменные: x_{jt} - интенсивность j-го потока в t-м периоде; z_{it} - запас i-го продукта на конец t-го периода.

Запас продукта на конец каждого периода определяется запасом на начало этого периода, а также интенсивностями потоков, пополняющих и расходующих этот продукт:

$$z_{it} = z_{i(t-1)} + \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_i^-} x_{jt}, \quad i \in I,$$
$$t = 1, 2, \ldots, T, \tag{1}$$

* Макаров Сергей Иванович, доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики и экономико-математических методов. E-mail: maksi@sseu.ru; Сизиков Александр Павлович, кандидат экономических наук, доцент. E-mail: apsizikov@mail.ru. - Самарский государственный экономический университет.

где $J_i^+ (J_i^-)$ - множество потоков, пополняющих (расходующих) i-й продукт.

Перенося переменные в левую часть, а константы в правую, для всех $i \in I$ получим:

$$\begin{cases} z_{it} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = z_{i0}, \quad t = 1, \\ -z_{i(t-1)} + z_{it} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = 0, \ t = 2, \dots, T, \end{cases}$$

где z_{i0} - запас i-го продукта на начало моделирования.

Ограничения по текущим запасам:

$$Z_{ht}^- \le \sum_{i \in I_h} z_{it} \le Z_{ht}^+, \ h \in H, \ t = 1, 2, \dots, T, \quad (2)$$

где H - множество резервуарных групп; I_h - множество продуктов, для хранения которых используется h-я резервуарная группа; Z_{ht}^-, Z_{ht}^+ - пределы заполнения h-й резервуарной группы в t-м периоде.

Ограничения по поставкам сырья и полуфабрикатов со стороны:

$$P_{it}^- \le \sum_{\tau=1}^{t} \sum_{j \in J_i^+} x_{j\tau} \le P_{it}^+, \ i \in I^+, \ t = 1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

где I^+ - множество продуктов, поступающих со стороны; P_{it}^+ - объем поставки сырья за время с начала моделирования до окончания текущего временного интервала; P_{it}^- - минимально необходимое вовлечение этого ингредиента в производство за тот же период (ограничений снизу может не быть, тогда $P_{it}^- = 0$).

Требования по отгрузке товарной продукции:

$$V_{it}^- \le \sum_{\tau=1}^{t} \sum_{j \in J_i^-} x_{j\tau} \le V_{it}^+, \ i \in I^-, \ t = 1, 2, \dots, T, \quad (4)$$

где I^- - множество товарных продуктов; $V_{it}^- (V_{it}^+)$ - пределы отгрузки товарного продукта за время с начала моделирования до окончания текущего временного интервала.

Материальные балансы узлов те же, что и в статическом варианте, только определяются теперь для каждого временного интервала:

$$\sum_{j \in J_k^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_k^-} x_{jt} = 0, \ k \in K, \ t = 1, 2, \dots, T. \quad (5)$$

Ограничения по загрузке узлов:

$$L_{kt}^- \le \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} \le L_{kt}^+, \ k \in K, \ t = 1, 2 \dots, T. \quad (6)$$

где L_{kt}^-, L_{kt}^+ пределы загрузки k-го узла в t-м периоде.

Установки в контексте всей системы рассматриваются как элементы преобразования входных потоков в выходные в соответствии с определенными пропорциями. В этом случае установка представляется набором базовых технологических режимов с заданными коэффициентами отборов. Пусть R_k - множество базовых режимов (или вариантов смешения, если $k \in S$), определенных для k-го узла. Каждый режим задан коэффициентами "затраты - выпуск" $a_r = (a_{ir}, i \in I)$, где a_{ir} - количество i-го продукта, расходуемого ($a_{ir} < 0$) или получаемого ($a_{ir} > 0$) при единичной интенсивности r-го режима. В более общем случае эти параметры могут быть заданы интервально: $a_r \in [a_r^-, a_r^+]$. При таком способе моделирования режим работы установки определяется как выпуклая линейная комбинация ее базовых технологических режимов.

В динамическом варианте модели каждой установке будет соответствовать не один типовой блок, как в статическом, а несколько, по числу временных интервалов. Соответственно, вводятся переменные $\{x_{jrt, r \in R_k}\}$, где x_{jrt} - интенсивность j-го потока для режима r на временном отрезке t. Для связи этих переменных с переменными основной группы вводятся балансовые уравнения:

$$x_{jt} - \sum_{r \in R_k} x_{jrt} = 0, \ j \in J_k^+ \cup J_k^-, \ t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

и для каждого $r \in R_k$ и $t = 1, 2, \dots, T$ вводится блок

$$\begin{cases} \sum\limits_{j\in J_k^+} \alpha_{ijr}^- x_{jrt} \ge 0, \ i \in J_k^+, \\ \sum\limits_{j\in J_k^+} \alpha_{ijr}^+ x_{jrt} \le 0, \ i \in J_k^+, \\ \sum\limits_{j\in J_k^+} a_{ijr} x_{jrt} - x_{irt} = 0, \ i \in J_k^-, \\ x_{jrt} \ge 0, \ j \in J_k^+ \cup J_k^-, \end{cases} \tag{8}$$

где $\alpha_{ijr}^- = \begin{cases} 1-\delta_{ir}^-, i = j, \\ -\delta_{ir}^-, i \ne j, \end{cases} \alpha_{ijr}^+ = \begin{cases} 1-\delta_{ir}^+, i = j, \\ -\delta_{ir}^+, i \ne j. \end{cases}$

Смесевой пул $k \in S$ можно рассматривать как узел с несколькими входящими потоками (компонентами смешения) и одним исходящим - продуктом смешения. На пропорции компонентов смешения могут быть наложены прямые ограничения. Тогда $a_k = (a_{kj}, \ j \in J_k^+ \cup J_k^-)$, где $a_{kj} \in [a_{kj}^-, a_{kj}^+]$, $j \in J_k^+$ и $a_{kj} = 1$ для выходного продукта. На пропорции компонентов в смеси влияют также требования по качеству продукта. Контролируемыми параметрами при получении, например, товарных бензинов являются: плотность смеси, содержание серы, фракционный состав, октановое число, упругость паров и др. Несмотря на разнообразие условий спецификации, большинство из них могут быть представлены следующим образом:

$$I(p_q^-)\sum_{j\in J_k^+}\frac{x_{jt}}{p_{oj}} \le \sum_{j\in J_k^+} I(p_{qj})\frac{x_{jt}}{p_{oj}} \le$$

$$\le I(p_q^+)\sum_{j\in J_k^+}\frac{x_{jt}}{p_{oj}}, \ q \in Q_k, \tag{9}$$

где Q_k - множество параметров качества для k-го смесевого пула (продукта смешения); p_{qj} - значение q-го параметра j-го компонента; p_q^-, p_q^+ - нижняя и верхняя границы параметра для продукта; $I(p)$ - индекс параметра (его значение в другой системе координат); p_{oj} - базовый параметр (для пересчета значения величины p_{qj} на единицу массы).

Тогда для каждого смесевого пула $k \in S$ и $t = 1, 2, \ldots, T$ можно записать

$$\begin{cases} \sum\limits_{j\in J_k^+} \alpha_{ij}^- x_{jt} \ge 0, \ i \in J_k^+, \\ \sum\limits_{j\in J_k^+} \alpha_{ij}^+ x_{jt} \le 0, \ i \in J_k^+, \\ \sum\limits_{j\in J_k^+} \beta_{qj}^- x_{jt} \ge 0, \ q \in Q_k, \\ \sum\limits_{j\in J_k^+} \beta_{qj}^+ x_{jt} \le 0, \ q \in Q_k, \end{cases} \tag{10}$$

где $\alpha_{ij}^- = \begin{cases} 1-\delta_{kj}^-, i = j, \\ -\delta_{kj}^-, i \ne j, \end{cases} \alpha_{ij}^+ = \begin{cases} 1-\delta_{kj}^+, i = j, \\ -\delta_{kj}^+, i \ne j, \end{cases}$

$$\beta_{qj}^- = \frac{I(p_{qj}) - I(p_q^-)}{p_{oq}}, \beta_{qj}^+ = \frac{I(p_{qj}) - I(p_q^+)}{p_{oq}}.$$

Уравнения топливного баланса в динамической постановке выглядят следующим образом:

$$\sum_{j\in J_q^+}\theta_j^+ x_{jt} - \sum_{k\in K}\theta_k^- \sum_{j\in J_k^+} x_{jt} = 0, t = 1, 2, \ldots, T. \tag{11}$$

При формулировании ограничений по отраслевому показателю глубины переработки учитываются объемы продуктов за весь период моделирования:

$$(1-\Gamma_0^-)\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_H} x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_M} x_{jt} -$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_C} x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_\Pi} x_{jt} \ge 0.$$

Аналогично вводится ограничение по заводскому показателю глубины переработки:

$$(1-\Gamma_3^-)\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_H} x_{jt} + (1-\Gamma_3^-)\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_P} x_{jt} -$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_M} x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_C} x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_\Pi} x_{jt} \ge 0.$$

Требование по выходу светлых нефтепродуктов не менее B_C (в относительных единицах):

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_B} x_{jt} - B_C \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J_H} x_{jt} \geq 0.$$

В отличие от статического варианта, в динамическом при расчете покрытия кроме прочих учитываются еще затраты на хранение нефтепродуктов, которые в статическом варианте по необходимости были отнесены к условно-постоянным:

$$P = \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\in I^-} c_i \sum_{j\in J_i^-} x_{jt}\right) -$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\in I^+} c_i \sum_{j\in J_i^+} x_{jt} + \sum_{k\in K} \varsigma_k \sum_{j\in J_k^+} x_{jt} + \sum_{i\in I} \upsilon_i z_{it}\right),$$

где υ_i - прямые и косвенные затраты, связанные с единицей запаса i-го продукта. Выражая этот показатель через удельное покрытие, получим:

$$P = \sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I} \upsilon_i z_{it}.$$

Если покрытие требуется обеспечить на уровне не менее P^-, то в модель следует ввести ограничение

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I} \upsilon_i z_{it} \geq P^-.$$

Требование по уровню рентабельности не менее r^- в данном варианте модели примет вид:

$$r = \frac{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J} p_j x_{jt} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I} \upsilon_i z_{it} - C}{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J} \upsilon_j x_{jt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I} \upsilon_i z_{it} + C} \geq r^-. \qquad (12)$$

Приводя (12) к стандартному виду, при котором все переменные находятся в левой части, а в правой остается константа, получим:

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in J} (p_j - r^-\upsilon_j)\, x_{jt} -$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I} (\upsilon_i - r^-\upsilon_i)\, z_{it} \geq (1 + r^-)\, C. \qquad (13)$$

Практика показывает, что система ограничений в реальных задачах часто противоречива. Возможные причины: 1) технические ошибки при вводе данных; 2) задание целевых уровней технико-экономических показателей, противоречащих друг другу и/или технологическим параметрам производства. Более того, противоречивость условий может предполагаться с самого начала. Пользователя может интересовать, например, достижимость каких-то заведомо высоких показателей.

Учет возможной несовместности осуществляется аналогично тому, как это делается в статической модели. Например, ограничения (3) по загрузке узлов в модифицированном варианте модели выглядят так:

$$L_k^- \leq \sum_{j\in J_{uk}^+} x_{jt} + \frac{L_k^-}{g_k^-}\delta_{kt}^- - \frac{L_k^+}{g_k^+}\delta_{kt}^+ \leq L_k^+,$$

$$k \in K,\; t = 1, 2, \ldots, T, \qquad (14)$$

где $\delta_{kt}^-(\delta_{kt}^+)$ - взвешенное относительное отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) предела в текущем периоде.

Блок смесевого пула $k \in S$ и $t = 1, 2 \ldots, T$ модифицируется следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\sum_{j\in J_k^+} \alpha_{ij}^- x_{jt} \geq 0,\; i \in J_k^+,\\
&\sum_{j\in J_k^+} \alpha_{ij}^+ x_{jt} \leq 0,\; i \in J_k^+,\\
&\sum_{j\in J_k^+} \beta_{qj}^- x_{jt} + \frac{l(p_q^-)}{g_q^-}\delta_{qt}^- \geq 0,\; q \in Q_k,\\
&\sum_{j\in J_k^+} \beta_{qj}^+ x_{jt} - \frac{l(p_q^+)}{g_q^+}\delta_{qt}^+ \leq 0,\; q \in Q_k,\\
&\delta_{qt}^- - \delta_k^* \leq 0,\; \delta_{qt}^+ - \delta_k^* \leq 0,\; q \in Q_k,
\end{aligned} \qquad (15)$$

где δ_{qt}^- (δ_{qt}^+) - взвешенное относительное отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) предела в текущем периоде; δ^* - максимальное относительное отклонение.

Введение фактора времени существенно повышает размерность задачи. Так, если средняя по размерности статическая задача содержит порядка 2000 ч 3000 ненулевых элементов в матрице условий, то задача месячного планирования с посуточной разверсткой может содержать уже до 90 000 ненулевых элементов. Это много даже для таких современных, мощных систем, как LINDO, MINOS, AMPL.

Авторами исследовались три направления решения этой проблемы. Первое - снижение размерности путем исключения зависимых переменных. Это уменьшает число столбцов матрицы, но делает ее более плотной. Поэтому существенного эффекта не дает.

Второе направление - разработка алгоритмов, учитывающих структуру матрицы условий. Речь идет о декомпозиции задачи методом Данцига-Вулфа, который применительно к данной задаче состоит в многошаговой корректировке повременной разверстки плана. Метод сходится монотонно и достаточно быстро, но сложен технически. Нужно создавать специальное программное обеспечение, поскольку стандартного нет.

Третье направление - скользящее планирование по принципу: чем дальше горизонт, тем длиннее шаг. Этот подход тем более оправдан, что на практике графики поставки сырья и сбыта продукции, а также качественные характеристики нефти известны лишь на ближайшее время. Метод эвристический, но дает вполне приемлемые результаты.

---

[1] *Сизиков А.П.* Многокритериальная оптимизация нефтеперерабатывающего производства на основе скалярных инвариантов // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2012. № 4 (90). С. 86-90; *Его же.* Разработка предметно-ориентированных систем оптимизации (на примере нефтеперерабатывающего производства). Управление большими системами : сб. трудов. Вып. 40. М. : ИПУ РАН, 2012. С. 291-310.

[2] Там же.

Поступила в редакцию 02.04.2015 г.