

УДК 330.43:519.22

## ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ПРОГНОЗОВ ЭНДОГЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ОДНОЙ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

© 2013 Е.И. Суханова, С.Ю. Ширнаева\*

**Ключевые слова:** эконометрическая модель, система одновременных уравнений, показатели стабилизационных процессов, прогнозирование, интервальные прогнозы.

Разработана эконометрическая модель взаимосвязей показателей стабилизационных процессов экономики России. Получены структурная и приведенная формы модели. Вычислены прогнозные значения экзогенных переменных с помощью АРПСС-моделей. Построены интервальные прогнозы эндогенных переменных.

Современная статистическая наука в России не располагает данными по продолжительным временным рядам экономических показателей на бескризисном временном интервале. Следовательно, необходимо в современных исследованиях предъявлять особые требования к выбору эффективных статистических методов с целью получения качественных прогнозов экономических показателей. В таких условиях прогнозные значения показателей, найденные по одномерным временным рядам, могут оказаться наиболее точными. Однако выбор эконометрической модели в виде системы одновременных уравнений дает возможность всесторонне изучить экономическое явление и учесть при прогнозировании влияние других экономических показателей.

Для прогнозирования значений факторов, отражающих стабилизационные процессы экономики России, была разработана эконометрическая модель в виде системы одновременных уравнений (СОУ). Информационная база исследования включала ежемесячные статистические данные по 35 экономическим показателям России. Объем выборки составил 165 наблюдений за период с января 1999 г. по сентябрь 2012 г.<sup>1</sup>

В качестве эндогенных переменных для эконометрической модели рассматривались следующие факторы:  $Y_t^{(1)}$  - индекс промышленного производства, % к соответствующему

периоду предшествующего года; - общая численность безработных, млн чел.; - чистый экспорт, млрд долл. США; - индекс потребительских цен, % к предыдущему периоду; - начисленная среднемесячная заработка плата одного работника номинальная, руб.; - инвестиции в основной капитал, млрд руб.

Набор экзогенных переменных, отобранных с помощью теста Грэнжера на причинно-следственную зависимость, включал следующие показатели: - коммерческий грузооборот транспорта, млрд т-км;  $X_t^{(2)}$  - погрузка грузов на железнодорожном транспорте, млн т;  $X_t^{(3)}$  - объем работ по виду деятельности "Строительство", млрд руб.;  $X_t^{(4)}$  - официальный курс доллара, руб. за 1 долл. США;  $X_t^{(5)}$  - оборот розничной торговли, млрд руб.;  $X_t^{(6)}$  - объем платных услуг населению, млрд руб.;  $X_t^{(7)}$  - денежные доходы в среднем на душу населения, руб.;  $X_t^{(8)}$  - просроченная кредиторская задолженность организаций в бюджет, млрд руб.;  $X_t^{(9)}$  - просроченная дебиторская задолженность

\* Суханова Елена Ивановна, кандидат экономических наук, доцент; Ширнаева Светлана Юрьевна, ст. преподаватель. - Самарский государственный экономический университет. E-mail: shirnaeva\_sy@mail.ru.

организаций, млрд руб.;  $X_t^{(10)}$  - средние цены производителей на нефть, руб. за 1 т;  $X_t^{(11)}$  - средние цены производителей на газ горючий, руб. за 1 тыс. м<sup>3</sup>.

Для улучшения прогнозных качеств эконоиметрической модели временные ряды всех отобранных переменных, характеризующих стабилизационные процессы экономики России, были исследованы по степени устойчивости уровней и наличию необходимой тенденции изменения. Исследование показало, что эндогенные переменные и большинство экзогенных переменных, включенных в СОУ, являются устойчивыми<sup>2</sup>.

После проведенного анализа взаимосвязей эндогенных и экзогенных переменных была получена структурная форма СОУ следующего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_t^{(1)} = \alpha_1 + \beta_{12}Y_t^{(2)} + \gamma_{13}X_t^{(3)} + \gamma_{14}X_t^{(4)} + \\ + \gamma_{16}X_t^{(6)} + \gamma_{18}X_t^{(8)} + \gamma_{19}X_t^{(9)} + \\ + \gamma_{111}X_t^{(11)} + \varepsilon_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} = \alpha_2 + \beta_{24}Y_t^{(4)} + \beta_{26}Y_t^{(6)} + \gamma_{21}X_t^{(1)} + \\ + \gamma_{23}X_t^{(3)} + \varepsilon_t^{(2)} \\ Y_t^{(3)} = \alpha_3 + \beta_{31}Y_t^{(1)} + \beta_{36}Y_t^{(6)} + \gamma_{31}X_t^{(1)} + \\ + \gamma_{34}X_t^{(4)} + \gamma_{310}X_t^{(10)} + \varepsilon_t^{(3)} \\ Y_t^{(4)} = \alpha_4 + \beta_{43}Y_t^{(3)} + \gamma_{42}X_t^{(2)} + \gamma_{44}X_t^{(4)} + \\ + \gamma_{410}X_t^{(10)} + \varepsilon_t^{(4)} \\ Y_t^{(5)} = \alpha_5 + \beta_{51}Y_t^{(1)} + \beta_{56}Y_t^{(6)} + \gamma_{55}X_t^{(5)} + , (1) \\ + \gamma_{57}X_t^{(7)} + \gamma_{510}X_t^{(10)} + \varepsilon_t^{(5)} \\ Y_t^{(6)} = \alpha_6 + \beta_{61}Y_t^{(1)} + \beta_{64}Y_t^{(4)} + \gamma_{64}X_t^{(4)} + \\ + \gamma_{66}X_t^{(6)} + \gamma_{610}X_t^{(10)} + \varepsilon_t^{(6)} \end{array} \right.$$

где  $\varepsilon_t^{(i)}$  - случайные возмущения;  $\alpha_i$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\gamma_{ijk}$  - структурные параметры, которые были оценены по выборке ( $t = 1958 - 1990$ ,  $k = 1; 6$ ,  $p = 1971$ ,  $t = 1965$ ).

Для оценивания структурных параметров уравнений предложенной модели был применен двухшаговый метод наименьших квадратов (2МНК), так как проверка условий идентифицируемости<sup>3</sup> показала, что все уравнения СОУ сверхидентифицируемы.

Оценки структурных параметров всех шести уравнений системы, полученные в результате применения 2МНК, представлены в табл. 1 (в скобках указаны наблюдаемые значения  $t$ -статистики для соответствующих оценок параметров). Для анализа качества построенной модели были вычислены следующие статистические характеристики регрессионных уравнений: коэффициент детерминации  $R^2$ , скорректированный (нормированный) коэффициент детерминации  $\tilde{R}^2$ , наблюдаемое значение  $F$ -статистики  $F$ , стандартная ошибка остатков регрессии  $S_e$  (см. табл. 1).

Анализ найденных показателей качества уравнений СОУ позволил сделать вывод, что зависимые переменные модели достаточно хорошо описываются включенными в регрессионные уравнения переменными. Так, коэффициент детерминации для второго уравнения означает, что вариация значений зависимой переменной  $Y_t^{(2)}$  - общей численности безработных на 84,8% объясняется вариацией значений переменных, включенных во второе уравнение (индекс потребительских цен, инвестиции в основной капитал, коммерческий грузооборот транспорта, объем работ по виду деятельности "Строительство").

Все уравнения СОУ статистически значимы по  $F$ -критерию (наблюдаемые значения  $F$ -статистики значительно превышают табличные). Значимы и оценки коэффициентов регрессии (по  $t$ -критерию) на 5-10%-ном уровне значимости, кроме оценок коэффициентов при переменных  $X_t^{(1)}$  и  $X_t^{(10)}$  в пятом уравнении системы, их статистическая значимость невелика. Однако, учитывая важность этих переменных при прогнозировании (в данном исследовании), они не были исключены из регрессионного уравнения.

Для прогнозирования значений факторов, характеризующих стабилизационные процессы, была получена приведенная форма эконоиметрической модели:

Таблица 1  
Оценки структурных параметров уравнений модели (1)

	Оценки параметров уравнений СОУ					
	1	2	3	4	5	6
Св. член	134,84(19,4)	7,61(8,74)	-3,5(-1,25)	455,16(24,13)	2709,59(2,58)	406,5(1,38)
$y_t^{(1)}Y_t^{(1)}$	=122,9 + 0,01 $X_t^{(1)}$ + 0,03 $X_t^{(2)}$	-	-	-	-29,69(-3,07)	-2,87(-1,59)
$y_t^{(2)}$	-0,50(-0,22)	$X_t^{(3)}$ - 0,88 $X_t^{(4)}$ + 0,1 $X_t^{(6)}$ +	-	-	-	-
$y_t^{(3)}$	+ 0,08 $X_t^{(8)}$ - 0,03 $X_t^{(9)}$ - 0,01 $X_t^{(11)}$	-2,21(-2,58)	-	-	-	-
$y_t^{(4)}Y_t^{(2)}$	=21,38 - 0,03 $X_t^{(1)}$ - 0,05 $X_t^{(2)}$	-	-	-	-0,07(-1,76)	-
$y_t^{(5)}$	- 0,01 $X_t^{(3)}$ - 0,17 $X_t^{(4)}$ + 0,004 $X_t^{(6)}$ -	-	-	-	-	2012 г.
$y_t^{(6)}$	- 0,001 $X_t^{(8)}$ - 0,003(0,70)0,003(-1,89)	-	-	-	0,25(1,81)	-
$x_t^{(1)}Y_t^{(3)}$	=1,41 + 0,01 $X_t^{(1)}$ - 0,02(-1,82)0,01 $X_t^{(2)}$ - 0,01 $X_t^{(4)}$ -	-	-	-	-	-
$x_t^{(2)}$	- 0,001 $X_t^{(3)}$ - 0,25 $X_t^{(4)}$ +	-	-1,59(-10,39)	-	-	-
$x_t^{(3)}$	-0,03(-0,04)X_t^{(6)} + 0,01+1060013 $X_t^{(8)}$ - 0,001 $X_t^{(10)}$	-	-	-	-	-
$x_t^{(4)}Y_t^{(4)}$	-0,95(0,62) - 0,06 $X_t^{(1)}$ - 0,2593 $X_t^{(2)}$ -	6,09(12,81)	-	-	-	-
$x_t^{(5)}$	+ 0,003 $X_t^{(3)}$ - 5,3 $X_t^{(4)}$ - 0,001 $X_t^{(6)}$ -	-	-	11,82(28,89)	-	-
$x_t^{(6)}$	-0,09(-0,30) $X_t^{(8)}$ + 0,004 $X_t^{(9)}$ + 0,002 $X_t^{(10)}$ +	-	-	-	1,73(10,85)	-
$x_t^{(7)}$	+ 0,001 $X_t^{(11)}$	-	(2)	-	0,26(6,89)	-
$x_t^{(8)}Y_t^{(5)}$	=907,08 - 0,21 $X_t^{(1)}$ - 0,85 $X_t^{(2)}$ +	-	-	-	-	-
$x_t^{(9)}$	0,08(4,81) - 0,75 $X_t^{(3)}$ + 25,25 $X_t^{(4)}$ + 11,63 $X_t^{(5)}$ -	-	-	-	-	-
$x_t^{(10)}$	-0,03(-3,47) - 2,53 $X_t^{(6)}$ + 0,26 $X_t^{(7)}$ - 2,44 $X_t^{(8)}$ +	-	-	-	-	-
$x_t^{(11)}$	+ 0,92 $X_t^{(9)}$ + 0,004 $X_t^{(10)}$ + 0,81 $X_t^{(11)}$ +	-	-	-	-	-
$x_t^{(12)}Y_t^{(6)}$	=0,01(1,67) - 0,02 $X_t^{(1)}$ - 0,19 $X_t^{(2)}$ +	-	-	-	-	-
$R^2$	+0,569 $X_t^{(3)}$ 0,848 $X_t^{(4)}$ 0,905 $X_t^{(6)}$ 0,726	-	-	-	-	-
$\tilde{R}^2$	0,551 $X_t^{(8)}$ 0,844 $X_t^{(9)}$ 0,902 $X_t^{(10)}$ 0,719	-	-	-	-	-
$F_{\text{набл}}$	-29,609 $X_t^{(1)}$ 11,223,293 $X_t^{(2)}$ 304,224 $X_t^{(3)}$ 105,935	-	-	-	-	-
$S_e$	+5,528 $X_t^{(1)}$ 0,511 $X_t^{(2)}$ 1,546 $X_t^{(3)}$ 12,178	-	-	-	-	-

Помощью приведенной формы (2) был выполнен точечный прогноз эндогенных переменных на январь, февраль и март 2013 г., предварительно был выполнен тестовый прогноз по опубликованным данным за октябрь 2012 г.

Нахождении прогнозных значений эндогенных переменных сначала были рассчитаны значения экзогенных переменных для соответствующих периодов. Для этого временному ряду каждого показателя подбирались математическая модель. Сначала временной ряд сводился к стационарному, а затем полученный стационарный ряд был описан с помощью авторегрессии и скользящего среднего (использовались модели<sup>4</sup> ARПСС (ARIMA) ( $p, d, q$ ), где  $p$  - число параметров авторегрессии,  $d$  - порядок интегрируемости,  $q$  - число параметров скользящего среднего). Большая часть исследуемых временных рядов была описана моделью ARПСС (1,1,0), т.е. моделью ав-

торегрессии первого порядка ( $p = 1$ ) для первых разностей ( $d = 1$ ). Найденные с помощью АРПСС-моделей прогнозные значения экзогенных переменных на январь, февраль и март 2013 г. представлены в табл. 2.

Таблица 2  
Прогнозные значения экзогенных переменных

Экзоген. перемен.	Январь 2013 г.	Февраль 2013 г.	Март 2013 г.
$X_t^{(1)}$	403,18	403,18	403,18
$X_t^{(2)}$	105,48	100,82	112,50
$X_t^{(3)}$	272,02	278,63	369,49
$X_t^{(4)}$	33,39	33,39	33,39
$X_t^{(5)}$	1685,87	1682,43	1811,24
$X_t^{(6)}$	481,36	498,05	522,63
$X_t^{(7)}$	18072,46	22629,75	22924,47
$X_t^{(8)}$	56,89	58,96	60,46
$X_t^{(9)}$	1344,37	1344,6	1344,54
$X_t^{(10)}$	10147,82	10101,76	10083,79
$X_t^{(11)}$	1202,44	1258,06	1263,87

Используя найденные значения экзогенных переменных, по приведенной форме был выполнен точечный прогноз значений эндогенных переменных. Результаты представлены в табл. 3 (здесь же приведены результаты тестового прогноза на октябрь 2012 г.).

Дополнительно предположив нормальный характер распределения случайных составляющих структурной, а значит, и приведенной формой анализируемой модели, были построены совместные доверительные интервалы (интервальные прогнозы) для всех эндоген-

ных переменных одновременно<sup>5</sup> с надежностью  $\gamma = \dots (\alpha = 0,05)$ :

$$, \quad (3)$$

где  $\hat{Y}_{t+\tau}^{(i)}$  - точечный прогноз  $i$ -й ( ) эндогенной переменной на  $\tau$  ( $\tau = 4, 5, 6$ ) месяцев вперед (см. табл. 3), полученный по прогнозным значениям экзогенных переменных (см. табл. 2);

$$c_\alpha = \left[ 1 + X_{t+\tau}^T (X^T X)^{-1} X_{t+\tau} \right] \frac{(n-p)m}{n-p-m+1} \times F_\alpha(m; n-p-m+1),$$

$F_\alpha(m; n-p-m+1)$  - 100  $\alpha$  %-ная точка  $F$ -распределения с числами степеней свободы, равными  $m$  и  $n-p-m+1$  ( $m = 6$ ,  $p = 11$ ,  $n = 165$ );

-  $i$ -й диагональный элемент матрицы

- несмещенной оценки ковариационной матрицы остатков приведенной формы:

$\mathbf{Y}$  - матрица размерности  $165 \times 6$  фактических значений эндогенных переменных;

$\mathbf{X}$  - матрица размерности фактических значений экзогенных переменных;

- матрица размерности МНК-оценок коэффициентов приведенной формы СОУ:

Таблица 3  
Точечный прогноз эндогенных переменных на январь, февраль и март 2013 г.

Прогнозируемый показатель	Фактические значения (октябрь 2012 г.)	Прогнозные значения (октябрь 2012 г.)	Ошибка прогноза, %	Прогнозные значения эндогенных переменных		
				Январь 2013 г.	Февраль 2013 г.	Март 2013 г.
$\gamma_t^{(1)}$	101,8	92,02	9,6	90,93	91,88	92,43
$\gamma_t^{(2)}$	4,12	4,81	16,9	6,59	6,82	5,47
$\gamma_t^{(3)}$	14,5	12,91	10,9	11,33	11,32	11,33
$\gamma_t^{(4)}$	106,5	108,79	2,1	98,46	105,67	86,99
$\gamma_t^{(5)}$	27435,06	27805,12	1,3	24790,09	25913,23	27507,45
$\gamma_t^{(6)}$	1114,22	994,56	10,7	926,49	952,85	992,55

Таблица 4

Интервальный прогноз одновременно для всех эндогенных переменных эконометрической модели на январь, февраль и март 2013 г.

Матрица  $\hat{\mathbf{S}}_\varepsilon$ , вычисленная для построенной СОУ, имеет следующий вид:

$$|\hat{Y}_{t+\tau}^{(i)} - \bar{Y}_{t+\tau}^{(i)}| \leq t_{\alpha/2}(n-p)$$

$$\times \sqrt{\hat{s}_{ii} \cdot [1 + X_{t+\tau}^T (X^T X)^{-1} X_{t+\tau}]}, \quad (4)$$

где  $t_{\alpha/2}(n-p) = \sqrt{F_\alpha(1; n-p)}$  - 100  $\alpha/2$ %-ная точка распределения Стьюдента с  $n-p$  степенью свободы.

Результаты расчета интервального прогноза каждой отдельно взятой эндогенной переменной по формуле (4) представлены в

табл. 4. Справа результаты расчетов по формуле (4) можно заметить, что ширина интервального прогноза отдельно взятой эндогенной переменной (см. табл. 5) существенно меньше гарантированных (полученных одновременно для всех эндогенных переменных) пределов вариирования этой же первоначальной прогноза с надежностью  $\alpha/2$ .

Полученные по формуле (3) левые и правые границы доверительных интервалов для эндогенных переменных на январь, февраль и март 2013 г. представлены в табл. 4. Можно доказать, что ширина интервала прогноза эндогенной переменной при построении совместных доверительных интервалов (3) всегда больше, чем ширина интервального прогноза каждой же отдельной эндогенной переменной (4).

Определяются неравенствами:

Таблица 5

Интервальный прогноз каждой отдельно взятой эндогенной переменной эконометрической модели на январь, февраль и март 2013 г.

Эндоген. перемен.	Январь		Февраль		Март	
	Левая граница	Правая граница	Левая граница	Правая граница	Левая граница	Правая граница
$\gamma_t^{(1)}$	77,62	104,24	76,56	105,29	77,05	104,80
$\gamma_t^{(2)}$	5,84	7,35	5,78	7,41	5,80	7,38
$\gamma_t^{(3)}$	8,14	14,52	7,89	14,77	8,01	14,66
$\gamma_t^{(4)}$	76,28	120,65	74,51	122,41	75,33	121,59
$\gamma_t^{(5)}$	23713	25867,1	23627,3	25952,8	23667,2	25913
$\gamma_t^{(6)}$	862,68	990,29	857,61	995,37	859,97	993,01

Статистические данные по краткосрочным экономическим показателям Российской Федерации, используемые в работе, предоставляются Федеральной службой государственной статистики ежемесячно. Это позволяет постоянно пополнять информационную базу исследования и оперативно выполнять прогноз по построенной эконометрической модели.

---

<sup>1</sup> Краткосрочные экономические показатели Российской Федерации. М., 2013. URL: [http://www.gks.ru/bgd/regl/b12\\_12/Main.htm](http://www.gks.ru/bgd/regl/b12_12/Main.htm).

<sup>2</sup> Суханова Е.И., Ширнаева С.Ю. Типология показателей, отражающих стабилизационные

процессы экономики России, по критериям устойчивости // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2012. № 5 (91). С. 103-109.

<sup>3</sup> Ширнаева С.Ю. Особенности построения системы одновременных уравнений при моделировании стабилизационных процессов экономики России // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2009. № 5 (55). С. 138-142.

<sup>4</sup> Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М., 1974. Вып. 1. С. 102-132.

<sup>5</sup> Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. В 2 т. Т. 2: Основы эконометрики. М., 2001. С. 369-370.

<sup>6</sup> Там же. С. 371.

*Поступила в редакцию 01.11.2012 г.*