УДК 339.173

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОВАРОВ НА СКЛАДЕ С ПОМОЩЬЮ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

© 2012 П.В. Самойлов, Н.Д. Писаренко, О.А. Лукинова, Л.В. Смарчкова*

Ключевые слова: моделирование, система распределения, случайные процессы.

Рассмотрена система распределения товаров на складах предприятий с помощью случайных процессов, составлена модель системы массового обслуживания потребителей.

Решение задач управления системами распределения товаров имеет важное значение[1]. Несмотря на явную мировую тенденцию к снижению запасов, в реальной жизни многие предприятия не могут их сокращать. Каждое промышленное предприятие на плановый период и в соответствии с программой производства должно быть обеспечено необходимыми ресурсами, представляющими собой значительную часть оборотных фондов предприятия. Что касается предприятий торговли, то если у них нет запасов, то и продажи отсутствуют, к тому же возникают затраты, связанные с потерей покупателей.

Распределение товаров представляет собой комплекс организационных, плановых и оперативно-управленческих мероприятий, связанных с поставкой, реализацией и продвижением товаров от поставщика к потребителю. Задачи, стоящие перед службами сбыта и отделами продаж, сводятся к своевременности, ритмичности, комплектности и ассортименту поставок. Состояние и размер запасов влияют на решение не только выше указанных задач, но и на экономические показатели работы предприятия.

Размер запаса важен в той степени, в которой он влияет на число заказов и соответственно на то число ситуаций, когда предприятие подвергается риску возникновения потенциального дефицита в конце каждого срока выполнения заказа.

При распределении товаров актуально оптимизировать объемы запасов: установить величину запасов, при которой непрерывность производственного процесса и процесса продажи товаров может обеспечиться минимальными их объемами. Для этого широко применяются методы математического моделирования.

Распределительные экономические системы, как правило, являются вероятностными или стохастическими, так как выходные параметры системы случайным образом зависят от входных параметров.

Распределительную систему можно считать стохастической, если:

♦ система сложная, многокритериальная, описывается многоуровневой иерархической структурой;

♦ система подвержена влиянию большого числа неуправляемых внешних факторов (неопределенность, связанная со спросом и временем выполнения заказов).

Для моделирования системы распределения товаров предлагается использовать стохастические методы. При применении стохастических методов оптимизация целевой функции ведется по среднему значению, т.е. при заданных параметрах требуется найти решение, когда значение целевой функции в среднем будет оптимальным. Стохастические системы описываются марковским аппаратом, в основе которого лежат марковские случайные процессы. Процессы, происходящие в распределительных системах, относятся к марковским, так как для любого момента времени t_0 вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент t_0 и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние.

* Самойлов Павел Валерьевич, кандидат экономических наук, доцент Института экономики и права, г. Воронеж; Писаренко Наталья Дмитриевна, кандидат технических наук, доцент; Лукинова Ольга Анатольевна, кандидат технических наук, доцент; Смарчкова Лилия Валерьевна, кандидат экономических наук, доцент. - Воронежский филиал Российского государственного торгово-экономического университета. E-mail: vestnik@sseu.ru.

Одной из основных задач, возникающих при моделировании системы распределения товаров, является определение минимальной пополняемой величины запасов, хранящихся на складе, при которой обеспечивается требуемая вероятность удовлетворения заявок потребителей как в среднем за продолжительный период времени, так и на более коротком отрезке.

Для формализации задачи рассмотрим специализированный склад, в котором товар хранится в унифицированном модуле и один модуль удовлетворяет одну заявку потребителя. Пополнение запаса товара поставщиком также производится унифицированным модулем.

На складе одновременно хранится k таких модулей, которые в случайные моменты времени будут востребованы иногда одновременно потребителями, после чего начинается поставка. Все запасы на складе накапливаются в результате специально организованных поставок. Поток поставок на входе характеризуется своей интенсивностью:

$$m = \frac{1}{t_{cp}},$$

где t_{cp} - среднее время поставки одного модуля.

Входной поток может быть ограниченным или неограниченным.

Выходной складской поток представлен совокупностью n потоков заявок потребителей, каждый из которых характеризуется своей интенсивностью:

$$a_n = \frac{1}{T_{cp}},$$

где T_{cp} - среднее значение периода поступления заявок.

Предполагается, что заявка потребителя удовлетворяется немедленно. Для решения поставленной задачи будем считать потоки заявок и поставок простейшими пуассоновскими, а средние времена поставок и средние периоды между заявками - распределенными по экспоненциальному закону.

Данная распределительная система является системой массового обслуживания.

Случайные процессы, протекающие в данной распределительной системе, определяются следующими состояниями: R_0, R_1, ..., R_k, R_{k+1}, где R_0 - состояние, когда отсутствует спрос потребителей при полном объеме запасов из k модулей; R_i - состояние, когда удовлетворен спрос на i модулей, т.е. запас на складе составляет (k - i) модулей и начинается поставка на склад (i =1,..., k); R_{k+1} - состояние, когда спрос превышает имеющийся запас на единицу и потребитель получает отказ. Переход из состояния R_0 в R_1 соответствует ситуации удовлетворения одной заявки и уменьшения запасов на единицу; переход из состояния R_1 в R_0 соответствует моменту поставки модуля товаров и уменьшению спроса на единицу. В общем случае переход из состояния R_i в R_{i+1} соответствует переходу системы из состояния, когда на складе отсутствовало i модулей, в состояние, когда их стало еще на единицу меньше, и удовлетворению одной заявки потребителя. Переход из состояния R_{i+1} в R_i соответствует переходу системы из состояния, когда на складе отсутствовало (k - i - 1) модулей в состояние, когда их стало на единицу больше, и моменту поставки одного модуля, а также уменьшению спроса на единицу.

Обозначим через ё$_i$ интенсивность перехода системы из состояния R_i в $R_{i+1.}$ Она может быть одинаковой для всех состояний и равной сумме интенсивностей потоков заявок потребителей. Обозначим через ì$_i$ интенсивность перехода системы в состояние прироста числа модулей на один. Если поток поставок равномерен и не зависит от числа реализованных заявок, то ì$_i$ = m, а если поставщик имеет возможность реализовать поставки по мере отгрузки модулей, то ì$_i$ = m_i.

Для расчета основных характеристик системы необходимо знать вероятностные показатели при переходе между состояниями. Показателями качества функционирования склада являются вероятностные характеристики (стационарные и нестационарные) удовлетворения всех заявок потребителя при заданной интенсивности поставок: вероятность выполнения заявки в течение времени t_o от начала функционирования склада; средняя вероятность выполнения заявок. Для их определения составлена модель системы массового обслуживания, которая описывается системой дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний. Вероятность P_i - вероятность того, что система в момент времени t находится в состоянии R_i. Очевидно, что для любого момента t сумма вероятностей всех состояний равна 1:

$$P_o(t)+ P_1(t)+...+ P_{k+1}(t) = 1.$$

В данной связи учитывается, что система, находящаяся в момент времени t в состоянии R_i, за последующий элементарный промежуток времени Δt с вероятностью $\text{ë}_i\Delta t$ может перейти в состояние R_{i+1}, либо с вероятностью $\text{ì}_i\Delta t$ - в состояние R_{i-1}, либо остаться в прежнем состоянии с вероятностью $\text{ë}_i\Delta t + \text{ì}_i\Delta t$.

При составлении модели использовались правила Колмогорова: в левой части каждого из уравнений стоит производная вероятности i-го состояния, в правой части - сумма произведений вероятностей всех состояний на интенсивности соответствующих потоков событий минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i-го) состояния.

Система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = \mu_1 P_1(t) - \lambda_0 P_0(t), \\ \dfrac{dP_i(t)}{dt} = \lambda_{i-1} P_{i-1}(t) - (\lambda_i + \mu_i) P_i(t) + \\ + \mu_{i+1} P_{i+1}(t), \\ \text{где } 0 < i \le k, \\ \dfrac{dP_{n+1}(t)}{dt} = \lambda_k P_k(t) - \mu_{k+1} P_{k+1}(t). \end{cases}$$

Особенность решения дифференциальных уравнений вообще состоит в том, что требуется задать так называемые начальные условия: $P_o(0)=1$, $P_1(0)=0$, ... $P_{k+1}(0)=0$.

Главная задача модели состоит в определении вероятностей P_i, имеющих смысл средней доли времени, которое система проводит в этом состоянии.

Для решения системы дифференциальных уравнений был использован численный метод Рунге - Кутта, реализованный в программном продукте Mathcad. Данный программный продукт имеет ряд встроенных функций, предназначенных для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, одной из которых является функция rkfixed. Эта функция предназначена для численного решения дифференциальных уравнений. В результате решения была получена матрица, содержащая значения функций, вычисленных на сетке значений. Применение современных информационных технологий позволяет управлять системой распределения товаров путем оптимизации размера пополняемой величины запасов на складе более оперативно.

Также для решения системы дифференциальных уравнений и нахождения вероятности состояний можно применить к полученной системе преобразование Лапласа и решить ее методом Гаусса. Преобразуя результат обратным преобразованием Лапласа, можно определить искомые показатели качества функционирования системы.

Предложенная модель позволит оптимизировать размер пополняемой величины запасов на специализированном складе при различных прогнозируемых колебаниях спроса и в зависимости от возможностей поставщиков, что обеспечит заданный уровень сервиса при минимальных затратах на его достижение.

---

[1] Исследование операций в экономике : учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер [и др.]. М., 2010.

Поступила в редакцию 03.09.2012 г.