УДК 519.6:339

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ МЕТАЛЛОТРЕЙДИНГОВОЙ КОМПАНИИ

© 2012 П.А. Кулагин*

Ключевые слова: система массового обслуживания, пуассоновский поток заявок, очереди, каналы, имитационное моделирование.

Рассматриваются вопросы моделирования работы металлотрейдинговой компании с использованием теории систем массового обслуживания. Имитационный модельный эксперимент показывает хорошую корреляцию данных, полученных при нормальном и пуассоновском распределении интервалов поступления заявок в систему. Полученные результаты имеют большое практическое значение и могут быть использованы при организации работы предприятия в реальных рыночных условиях.

Протекание логистических процессов в металлотрейдинговой компании можно рассматривать как функционирование системы массового обслуживания (СМО)[1].

Металлотрейдинговая компания представляет собой СМО, принцип функционирования которой состоит в поступлении на ее каналы заявок и в последующем их обслуживании. В некоторых случаях заявки могут ожидать обслуживания, находясь в очереди. После того как текущая заявка обработана, канал освобождается и готов принять очередную заявку.

Основными характеристиками СМО являются:

1) процент заявок, получивших отказ в обслуживании;

2) пропускная способность СМО. Различают относительную и абсолютную пропускные способности. Относительная пропускная способность показывает, какой процент заявок будет обслужен системой, абсолютная - какое количество будет обслужено в единицу времени;

3) вероятность простоя СМО (простоем СМО считают одновременный простой всех каналов);

4) среднее время обслуживания одной заявки.

Если бы время обслуживания заявок и интервалы, через которые поступают заявки, были постоянными, то оценка характеристик СМО не представляла бы особого труда. Но в реальных экономических системах время обслуживания и время поступления заявок случайны. В результате в таких системах могут образовываться разряжения и скопления заявок, что может приводить к простою и отказам в обслуживании[2].

Основной задачей моделирования логистических процессов металлотрейдинговой компании является установление взаимосвязи между характером потока поступающих заявок и основными характеристиками исследуемой СМО. Под потоком событий, или заявок, понимают последовательность событий, следующих друг за другом через определенные (в общем случае случайные) промежутки времени.

В литературе достаточно подробно описаны простейшие, или стационарные, пуассоновские потоки заявок[3]. При этом число заявок, попавших на любой фиксированный интервал времени, распределено по закону Пуассона для дискретных случайных величин. Согласно этому закону, вероятность того, что за время ô поступит m заявок, составляет

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)}{m!} e^{-\lambda\tau},$$

где ё - плотность потока заявок (среднее число заявок, приходящихся на единицу времени).

Пуассоновский поток удовлетворяет трем следующим условиям:

1) условию стационарности - количественные характеристики потока не зависят от рассматриваемого временного участка. В качестве этой характеристики обычно используют плотность поступления заявок, представ-

* Кулагин Павел Александрович, аспирант Самарского государственного экономического университета. E-mail: pavaleksandrovich@yandex.ru.

ляющую собой среднее количество заявок, приходящихся на единицу времени;

2) условию ординарности - заявки поступают поодиночке, а не парами, тройками и т.д.;

3) условию отсутствия последействия - время поступления очередной заявки не зависит от времени поступления предыдущей заявки.

Простейшие потоки в приложениях теории массового обслуживания находят примерно такое же применение, как нормальный закон распределения при вероятностном описании параметров[4]. В теории вероятностей доказано, что для простейшего потока время t между приходом двух соседних заявок распределено по экспоненциальному закону. Плотность распределения времени t в этом случае задается выражением

$$w(t) = \lambda e^{-\lambda t} ,$$

где ё - плотность потока заявок.

В зависимости от того, как поступают с заявкой в случае, если все каналы оказались занятыми, различают СМО с отказом в обслуживании заявки и СМО с ожиданием.

Для СМО с отказом характерно, что заявка, заставшая все каналы занятыми, немедленно покидает систему. В СМО с ожиданием заявка, заставшая все каналы занятыми, не покидает систему, а ставится в очередь и при освобождении одного из каналов обслуживается. В СМО с ожиданием на процесс ожидания заявок в очереди могут накладываться или не накладываться какие-либо ограничения. В последнем случае говорят, что имеет место "чистая" СМО с ожиданием.

Если же на процесс ожидания накладываются какие-либо ограничения, то СМО называют системой смешанного типа. В таких системах из-за наложенных ограничений возможны случаи, когда заявка получит отказ в обслуживании, т.е. СМО смешанного типа проявляет также признаки СМО с отказом. В системах смешанного типа могут накладываться ограничения:

а) на количество заявок, стоящих в очереди;

б) время пребывания заявки в очереди;

в) общее время нахождения заявки в СМО.

Пусть логистическая составляющая металлотрейдинговой компании представляет собой СМО с n каналами, а число заявок, стоящих в очереди в СМО, ограничено значением m. Поток поступающих заявок будем считать простейшим с плотностью ё. Известно среднее время обслуживания одной заявки $M(T_{об})$. В этом случае данная система может иметь следующие состояния:

x_0 - свободны все каналы;

x_1 - занят один канал;

...

x_k - заняты k каналов;

...

x_n - заняты все n каналов;

x_{n+1} - заняты n каналов и одна заявка в очереди;

...

x_{n+s} - заняты n каналов и s заявок в очереди;

...

x_{n+m} - заняты n каналов и m заявок в очереди.

Решение дифференциальных уравнений Эрланга[5], описывающих указанные состояния системы, дает следующие расчетные формулы для вероятностей состояний этой системы в случае установившегося режима, который наступает при $t \to \infty$:

,

где $0 \leq k \leq n$.

,

где $0 \leq s \;\; m$.

Вероятность необслуживания заявки определяется вероятностью состояния x_{n+m}, т.е.

$$P_{необ} = p(x_{n+m}) = p_{n+m}.$$

Доля времени, которое СМО будет простаивать, определится вероятностью p_0.

Функционирование реальной экономической системы, такой, как металлотрейдинговая компания, имеет множество специфических моментов, которые проблематично учесть с помощью представленных моделей и методов. Радикальным решением проблемы является имитационное моделирование реальной СМО[6].

Исходные условия для имитационного моделирования эксперимента приведены в табл. 1.

Таблица 1

Заказы	Количество единиц транспорта	Время выполнения заказа, ч	Затраты на доставку, руб./ч	Периодичность заявок, ед./ч	Вероятность заказа	Время ожидания заказа, ч
Мелкие (до 1,5 т)	2	2н0,5	500	1н0,5	0.5	6н2
Средние (от 1,5 до 4 т)	1	4н2	700		0.2	12н2
Крупные (от 4 до 10 т)	1	5н2	800		0.2	18н3
Очень крупные (от 10 до 20 т)	1	6н3	1000		0.1	24н3

В предположении нормального закона распределения математическое ожидание периодичности заявок - 1 ч, среднеквадратическое отклонение - 0,5 ч. В предположении показательного закона распределения величина параметра ё =2.

При нормальном законе распределения интервалов поступления заявок (МО = 1 ч, СКО = 0,5 ч) получены данные, свидетельствующие о хорошей корреляции показателей работы СМО при нормальном и пуассоновском распределении (табл. 2).

Таблица 2

Типы заявок	Среднее значение отказов, %		Отклонение показателей, %
	Нормальный закон	Показательный закон	
Все типы	21,8	23,5	1,7
Мелкие	5,91	8,51	2,6
Средние	35,1	32,8	2,3
Крупные	41,7	41,1	0,6
Очень крупные	34,3	35,7	1,4

Результаты имитационного эксперимента показывают неплохую корреляцию показателей отказа при показательном и нормальном законе распределения. Это имеет большое практическое значение для экономических систем, работающих в реальных условиях, при которых:

♦ действует большое количество случайных факторов;

♦ факторы действуют независимо друг от друга;

♦ результат взаимодействия различных факторов имеет аддитивный характер;

♦ среди множества факторов нет доминирующих.

Такие условия характерны и для работы металлотрейдинговой компании. Поэтому приведенные теоретические соотношения справедливы и для описания работы данного предприятия.

---

[1] *Петухов О.А., Морозов А.В., Петухова Е.О.* Моделирование: системное, имитационное, аналитическое. 2-е изд., испр. и доп. СПб., 2008.

[2] *Кулагин П.А.* Имитационные модели на дискретном уровне // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2011. □ 7 (81). С. 58-62.

[3] *Кельтон В., Лоу А.* Имитационное моделирование : пер. с англ. СПб., 2004.

[4] *Кыдыралиев С.К., Дружинин П.В.* Математический подход к методам амортизации // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2011. □ 7 (81). С. 63-66.

[5] *Кельтон В., Лоу А.* Указ. соч.

[6] *Зеленский В.А.* Имитационное моделирование систем массового обслуживания. Самара, 2011.

Поступила в редакцию 28.05.2012 г.