УДК 338.45:622.276

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ СКАЛЯРНЫХ ИНВАРИАНТОВ

© 2012 А.П. Сизиков*

Ключевые слова: нефтепереработка, унифицированная модель, типовая модель смесительно-разделительной операции, многокритериальная оптимизация, инвариант многоуровневого критерия.

Исследована проблема многокритериальной оптимизации. Описана многокритериальная динамическая модель нефтеперерабатывающего производства, построенная на базе типовых моделей смесительно-разделительных операций и рассматриваемая как основа создания соответствующей предметно-ориентированной системы оптимизации. Изучен вопрос несовместности и многокритериальности, предложен инвариант обобщенного иерархического критерия.

Практика показывает, что реальные задачи оптимизации чаще всего многокритериальны. Во-первых, потому что результат функционирования системы оценивается, как правило, не одним, а совокупностью технико-экономических показателей; а во-вторых и в основном, потому что условия (ограничения, требования), задаваемые пользователем, почти всегда по разным причинам противоречивы. Поэтому задача оптимизации должна быть изначально сформулирована как задача поиска компромисса между различными показателями. Далее на примере нефтепереработки показано, что последовательное развитие этой идеи приводит к необходимости использования иерархического критерия, формируемого на основе предлагаемого автором скалярного инварианта.

Нефтеперерабатывающее производство в целом можно представить в виде сетевого направленного графа. Множество вершин (узлов) этого графа $K = U \cap S$, где - множество установок, S - множество смесевых пулов. Множество дуг отражает потоки нефтепродуктов. Пусть I - множество нефтепродуктов. Каждый продукт может быть представлен одним или несколькими потоками. Если J_i - множество потоков, представляющих продукт $i \in I$, тогда множество всех потоков есть .

Введем неотрицательные переменные: - интенсивность j-го потока в t-м периоде; z_{it} - текущий запас i-го продукта. Тогда уравнения материального баланса запишутся так:

$$z_{it} - z_{i(t-1)} - \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} = 0 \, , \; i \in I \, , \qquad , \qquad (1)$$

где $J_i^+ (J_i^-)$ - множество потоков пополняющих (расходующих) i-й продукт; z_{i0} - начальный запас продукта.

Ограничения по текущим запасам:

$$Z_{ht}^- \le \sum_{i \in I_h} z_{it} \le Z_{ht}^+ \, , \; h \in H \, , \qquad , (2)$$

где H - множество резервуарных групп; I_h - множество продуктов, для хранения которых используется h-я резервуарная группа; Z_{ht}^-, Z_{ht}^+ - пределы заполнения h-й резервуарной группы в t-м периоде.

Ограничения по поставкам сырья и полуфабрикатов со стороны:

$$P_{it}^- \le \sum_{\tau=1}^{t} \sum_{j \in J_i^+} x_{j\tau} \le P_{it}^+ \, , \; i \in I^+ \, , \; t = 1,2,\dots, T \, , (3)$$

где - множество продуктов, поступающих со стороны; $P_{it}^- (P_{it}^+)$ - пределы поставки за время с начала моделирования.

Требования по отгрузке товарной продукции:

$$V_{it}^- \le \sum_{\tau=1}^{t} \sum_{j \in J_i^-} x_{j\tau} \le V_{it}^+ \, , \; i \in I^- \, , \; t = 1,2,\dots, T \, , (4)$$

* Сизиков Александр Павлович, кандидат экономических наук, доцент Самарского государственного экономического университета. E-mail: apsizikov@mail.ru.

где I^- - множество товарных продуктов; $V_{it}^-(V_{it}^+)$ - пределы отгрузки товарного продукта за время с начала моделирования.

Материальные балансы узлов:

$$\sum_{j \in J_k^+} x_{jt} - \sum_{j \in J_k^-} x_{jt} = 0, \quad k \in K, \qquad ,(5)$$

где - множество входящих (исходящих) потоков k-го узла.

Ограничения по загрузке узлов:

$$L_{kt}^- \le \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} \le L_{kt}^+, \quad k \in K, \qquad ,(6)$$

где L_{kt}^-, L_{kt}^+ - пределы загрузки k-го узла t-м периоде.

К этим общим для сетевой модели ограничениям добавляются связи, специфические для нефтеперерабатывающего производства. Таковыми, например, являются уравнения топливного баланса:

$$\sum_{j \in J_q^+} \theta_j^+ x_{jt} - \sum_{k \in K} \theta_k^- \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} = 0, \qquad ,(7)$$

где J_q^+ - множество потоков, поступающих на вход топливного блока; θ_j^+ - теплотворность продукта j-го потока; θ_k^- - удельный расход тепла в k-м узле.

Кроме того, в модель должны быть включены соотношения для контроля общеэкономических показателей (прибыль, рентабельность) и показателей, специфических для нефтепереработки (выход светлых, глубина переработки нефти). Все эти показатели можно представить как линейные функции интенсивностей потоков и ввести в систему ограничений в виде уравнений или неравенств, а один из них, например прибыль, как целевую функцию.

Прибыль через переменные задачи выражается следующим образом:

$$\Pi = \Theta - \vartheta - C = \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i \in I^-} c_i \sum_{j \in J_i^-} x_{jt} \right) -$$

$$-\sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i \in I^+} c_i \sum_{j \in J_i^+} x_{jt} + \sum_{k \in K} \varsigma_k \sum_{j \in J_k^+} x_{jt} + \sum_{i \in I} \upsilon_i z_{it} \right) - C,$$

где - стоимость товарной продукции; - переменные затраты; - условно-постоянные затраты; c_i - цена i-го продукта; ς_k - удельные затраты, связанные с загрузкой k-го узла (стоимость топлива, электроэнергии, расходных ингредиентов); - прямые и косвенные затраты, связанные с единицей запаса i-го продукта.

Отбрасывая постоянную величину (переходя тем самым от прибыли к покрытию) и осуществляя простейшие преобразования, получаем:

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{j \in J} \rho_{jt} x_{jt} \to max, \qquad (8)$$

где ρ_{jt} - удельное покрытие j-го потока в t-м периоде.

Модели типовых процессов. Установки и смесевые пулы могут быть введены в модель двумя способами: прямо, в виде соответствующих блоков переменных и ограничений, или, если реализуется системный подход, то в виде агрегатов моделей второго уровня (если речь идет о двухуровневом моделировании объекта). В последнем случае узлы сети представляются коэффициентами затрат и выпуска. Эти коэффициенты являются переменными параметрами и пересчитываются на каждом шаге алгоритма по схеме, описанной нами ранее[1].

Однако во многих случаях установки и смесевые пулы целесообразно рассматривать упрощенно, как типовые разделительные и смесительные элементы. Для них автором разработаны унифицированные блоки, непосредственно интегрируемые в сетевую потоковую модель.

Установка $k \in U$ может быть описана как элемент преобразования некоторого множества входных потоков в выходные. Она представляется конечным множеством технологических режимов с коэффициентами затрат/выпуска, задаваемых в общем случае интервально: $a_r \in [a_r^-, a_r^+]$, $r \in R_k$. Соответственно вводятся дополнительные переменные , где x_{jrt} - интенсивность j-го потока для режима r на временном отрезке . Для связи этих переменных с переменными основной группы вводятся балансовые уравнения:

$$, \ j \in J_k^+ \cup J_k^-, \qquad (9)$$

и для каждого $r \in R_k$ вводится блок

(10)

где $\alpha_{ijr}^- = \begin{cases} 1 - a_{ir}^-, \ i = j, \\ -a_{ir}^-, \ i \neq j, \end{cases}$ $\alpha_{ijr}^+ = \begin{cases} 1 - a_{ir}^+, \ i = j, \\ -a_{ir}^+, \ i \neq j, \end{cases}$

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, \ i = j, \\ 0, \ i \neq j. \end{cases}$$

В данном случае режим работы установки определяется как выпуклая линейная комбинация ее базовых технологических режимов.

Аналогично можно описать смесительную операцию. Смешением получают бензины, дизельные топлива, мазуты. Смесевой пул $k \in S$ можно рассматривать как узел с несколькими входящими потоками (компонентами смешения) и одним исходящим - продуктом смешения.

На пропорции компонентов смешения могут быть наложены прямые интервальные ограничения. Тогда ,

где $a_{kj} \in [a_{kj}^-, a_{kj}^+]$, $j \in J_k^+$, и $a_{kj} = 1$ для выходного продукта.

На пропорции компонентов в смеси влияют также требования по качеству продукта. Контролируемыми параметрами при получении, например, товарных бензинов являются: плотность смеси, содержание серы, фракционный состав, октановое число, упругость паров и другие. Несмотря на разнообразие условий спецификации, большинство из них могут быть представлены следующим образом:

$$I\left(p_q^-\right)\sum_{j \in J_k^+} \frac{x_{jt}}{p_{oj}} \le \sum_{j \in J_k^+} I\left(p_{qj}\right)\frac{x_{jt}}{p_{oj}} \le I\left(p_q^+\right)\sum_{j \in J_k^+} \frac{x_{jt}}{p_{oj}},$$

$$q \in Q_k, \qquad (11)$$

где - множество параметров качества для k-го смесевого пула (продукта смешения); p_{qj} - значение q-го параметра j-го компонента; p_q^-, p_q^+ - нижняя и верхняя границы параметра для продукта; $I(p)$ - индекс параметра; p_{oj} - базовый параметр.

Индексные преобразования необходимы не для всех, а лишь для некоторых параметров и осуществляются с целью обеспечения аддитивности модели смешения по этим параметрам. Расчет происходит по индексам, а результат реиндексируется[2].

Приводя ограничения к стандартному виду, при котором все переменные находятся в левой части, для каждого $k \in S$ и получим:

(12)

где $\alpha_{ij}^- = \begin{cases} 1 - a_{kj}^-, \ i = j, \\ -a_{kj}^-, \ i \neq j, \end{cases}$

$$\alpha_{ij}^+ = \begin{cases} 1 - a_{kj}^+, \ i = j, \\ -a_{kj}^+, \ i \neq j, \end{cases} \beta_{qj}^- = \frac{I\left(p_{qj}\right) - I\left(p_q^-\right)}{p_{oq}},$$

$$\beta_{qj}^+ = \frac{I\left(p_{qj}\right) - I\left(p_q^+\right)}{p_{oq}}.$$

Обычно качественные параметры компонентов смешения представляют собой некоторые усредненные константы. Однако в некоторых случаях необходимо, чтобы наряду с вариантами получения товарных смесей была выдана рекомендация относительно некоторых параметров высокооктановых компонентов смешения. Это можно сделать ранее описанным методом[3].

Обратимся теперь к проблеме несовместности и многокритериальности. Для удобства изложения сути предлагаемого подхода представим задачу (1) - (12) в обобщенной канонической форме и будем рассматривать вектор b не как правую часть ограничений, а как набор целевых показателей, заранее имея в виду, что все вместе они могут быть недостижимы. Тогда описанную выше задачу можно модифицировать следующим образом:

$$\begin{cases} (c, x) - \mu \Phi(\delta) \to max, \\ \delta = W^{-1}(Ax - b), \\ x \geq 0, \end{cases} \qquad (13)$$

где δ - вектор взвешенных относительных отклонений расчетных значений показателей от заданных; - штраф за отклонение; - число, достаточно большое для того, чтобы обеспечить приоритет достижения целевых уровней показателей над максимизацией изначальной целевой функции; , - диагональная матрица, элементами который являются веса, суть экспертные оценки важности соответствующих показателей. Если целевые показатели достижимы, т.е. $\{x \mid \delta(x) = 0,\ x \geq 0\} \neq \varnothing$, то решение задачи определяется изначальным критерием. В противном случае доминирует штрафная составляющая, в качестве которой берется некоторая норма вектора δ. Например, это может быть гельдерова норма второго порядка, В этом случае мы в итоге получим квадратичную задачу. Однако с технической точки зрения от квадратичной задачи лучше перейти к линейной. Автором обоснована возможность и целесообразность замены нормы второго порядка линейной комбинацией норм порядков $p = 1$ и $p = \infty$:

$$\alpha \| \delta \|_1 + (1-\alpha) \| \delta \|_\infty, \qquad (14)$$

где $\alpha \in [0,1]$ - параметр; - сумма абсолютных значений координат вектора; $\| \delta \|_\infty$ - максимальное из абсолютных значений координат вектора, так называемая sup-норма. Критерий (14) легко вводится в линейную задачу:

$$\begin{cases} (c, x) - \mu \left[\alpha \left(I, \left(\delta^- + \delta^+ \right) \right) + (1-\alpha) \delta^* \right] \to max, \\ Ax + W\delta^- - W\delta^+ = b, \\ E\delta^- - I\delta^* \leq 0, \\ E\delta^+ - I\delta^* \leq 0, \\ x,\ \delta^-,\ \delta^+,\ \delta^* \geq 0, \end{cases} \qquad (15)$$

где $\delta^- (\delta^+)$ - вектор взвешенных относительных отклонений вниз (вверх) расчетных значений показателей от заданных; I - вектор единиц; $\delta^* = \| \delta \|_\infty$.

Описанный способ задания ограничений касается в общем случае не только технико-экономических показателей, но также технологических и “естественных” ограничений. Например, ограничения (6) по загрузке узлов в модифицированном варианте модели выглядят так:

$$L_{kt}^- \leq \sum_{j \in J_{uk}^+} x_{jt} + \frac{L_{kt}^-}{g_k^-} \delta_{kt}^- - \frac{L_{kt}^+}{g_k^+} \delta_{kt}^+ \leq L_{kt}^+,\ k \in K,$$

$$, \qquad (16)$$

где - веса для отклонений ниже (выше) нижнего (верхнего) пределов загрузки узла; $\delta_{kt}^- (\delta_{kt}^+)$ - взвешенное относительное отклонение ниже (выше) нижнего (верхнего) предела, связанное с отклонением δ^* соотношением $\delta_{kt}^- - \delta^* \leq 0$ $(\delta_{kt}^+ - \delta^* \leq 0)$.

Всю совокупность условий, ограничений, показателей можно разделить на группы, подгруппы и т.д. Получается иерархическая структура, представляемая древовидным графом, листья которого есть координаты вектора δ, а узлы - свертки критериев нижних уровней. Например, для смешения условия (13) модифицируем следующим образом:

$$\begin{cases} \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^- x_{jt} \geq 0,\ i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \alpha_{ij}^+ x_{jt} \leq 0,\ i \in J_k^+, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^- x_{jt} + \frac{I(p_q^-)}{g_q^-} \delta_{qt}^- \geq 0,\ q \in Q_k, \\ \sum_{j \in J_k^+} \beta_{qj}^+ x_{jt} - \frac{I(p_q^+)}{g_q^+} \delta_{qt}^+ \leq 0,\ q \in Q_k, \\ \delta_{qt}^- - \delta_{kt}^* \leq 0,\ \delta_{qt}^+ - \delta_{kt}^* \leq 0,\ q \in Q_k, \end{cases} \qquad (17)$$

и формируем критерий качества соответствующего продукта как степень соответствия спецификации, т.е. как функцию взвешенных относительных отклонений показателей качества от заданных уровней:

$$\Delta_{kt}^{(1)} = \mu_{kt}^{(1)} \left[\alpha_{kt}^{(1)} \sum_{q \in Q_k} \left(\delta_{qt}^{-} + \delta_{qt}^{+} \right) + \left(1 - \alpha_{kt}^{(1)} \right) \delta_{kt}^{*} \right]. \quad (18)$$

Далее данные оценки используем для формирования критерия следующего уровня, т.е. для всего блока смешения на всем периоде моделирования:

$$\Delta_{S}^{(2)} = \mu_{S}^{(2)} \left[\alpha_{S}^{(2)} \sum_{k \in S} \sum_{t=1}^{T} \Delta_{kt}^{(1)} + \left(1 - \alpha_{S}^{(2)} \right) \Delta_{S}^{*(1)} \right], \quad (19)$$

при условии, что $\Delta_{kt}^{(1)} - \Delta_{S}^{*(1)} \le 0$, $k \in S$,

.

Свертку (14) можно рассматривать как инвариант обобщенного иерархического критерия, узел которого есть

,

$$\Delta^{0} = \delta, \quad (20)$$

где $\Delta_{v,n}^{\ell}$ есть n-й критерий ℓ-го уровня, участвующий в образовании v-го критерия $(\ell + 1)$-го уровня; $\mu_{v,n}^{\ell}$, $\alpha_{v,n}^{\ell}$ - регулируемые параметры.

Описанный подход позволяет свести формирование свертки векторного критерия к подбору регулируемых параметров каким-либо более или менее формализованным методом. Например, методом ранжирования частных критериев, описанным в работе[4].

На основе описанной модели разработана компьютерная программа, которая представляет собой предметно-ориентированную систему оптимизации[5]. Пользователь формирует задачу на содержательном, предметном уровне. Программа выдает оптимальный материальный баланс и соответствующие ему обобщенные показатели при заданных условиях, а также рекомендации о том, как нужно изменить эти условия, чтобы улучшить основные технико-экономические показатели. Если условия, заданные пользователем, окажутся противоречивыми, программа предлагает компромиссный вариант.

---

[1] *Сизиков А.П.* Оптимизация нефтеперерабатывающего производства как сложной системы // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Самара, 2010. № 7 (28). С. 38-46.

[2] *Дудников Е.Е., Цодиков Ю.М.* Типовые задачи управления непрерывным производством. М., 1979.

[3] *Сизиков А.П.* Об одном методе решения задач линейного программирования с переменными коэффициентами матрицы условий // Экономика и математические методы. 2002. Т. 38. № 3. С. 126-128.

[4] *Севастьянов П.В., Туманов Н.В.* Многокритериальная идентификация и оптимизация технологических процессов. Минск, 1990.

[5] *Сизиков А.П.* Программный продукт СМОННП (система оптимизации нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств) // Управление большими системами : сб. тр. / ИПУ РАН. Вып. 24. М., 2009. С. 298-326.

Поступила в редакцию 21.11.2011 г.