УДК 368

ЗАВИСИМОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ И ДОХОДНОСТИ СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЯ ОТ РЫНОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ СТРАХОВАНИИ КОСМИЧЕСКИХ РИСКОВ

© 2011 Т.А. Мжельская*

Ключевые слова: страховой портфель, рыночные параметры, показатели устойчивости и доходности, срок окупаемости, чистая современная стоимость, норма внутренней доходности, индекс доходности, ставка дисконтирования.

Представлены методы оценки и обоснование риска страховых контрактов на основе чувствительности конечных результатов контракта к изменению рыночных параметров.

Параметры страхового портфеля - это величины членов денежного потока страховых взносов, их распределения во времени и процентная ставка наращения. Зависимость показателей устойчивости от параметров страхового портфеля рассмотрим для следующей ситуации: страховщик формирует страховой фонд в размере I, поток страховых взносов - постоянная обычная (неотложенная) рента в течение n лет равными взносами в размере R. Ставка наращения страхового портфеля - годовая процентная ставка i. Страховой портфель описывается финансовым потоком вида

$$(-I,\ R,\ldots,\ R). \qquad (1)$$

Показатели устойчивости страхового портфеля (1) рассчитываются на основе современных стоимостей путем дохода $Ra_{n,i}$ и средств гарантийного фонда страховщика I.

Чистая современная стоимость страхового портфеля при процентной ставке i:

$$NPV(i) = Ra_{n,i} - I. \qquad (2)$$

Значение показателя IRR - решение уравнения доходности $NPV(r) = 0$, которое для проекта (1) имеет вид:

$$Ra_{n,r} - I = 0. \qquad (3)$$

Срок окупаемости n^* определяется из уравнения:

$$Ra_{n^*,i} = I. \qquad (4)$$

Индекс доходности страхового портфеля (1) равен:

$$d = \frac{Ra_{n,i}}{I}. \qquad (5)$$

Зависимость показателей эффективности от срока страхового портфеля (периода отдачи) n рассмотрим, считая заданными размеры вложенных средств гарантийного фонда страховщика I, поступающих платежей R и процентную ставку наращения i. Параметры I, R, i определяют устойчивость согласованного страхового портфеля с возможной суммой выплаты по страховому случаю[1]. Действительно при заданных I, R, i условие эффективности страхового портфеля, или, что то же самое, условие существования срока окупаемости страхового портфеля. Условие существования срока страхового портфеля запишем в виде:

$$\frac{R}{i} - I > 0. \qquad (6)$$

Рассмотрим зависимость показателя $NPV(i)$ от срока n страхового портфеля при заданных I, R, i. Чистая современная стоимость проекта (1) рассчитывается по формуле:

$$NPV(i) = Ra_{n,i} - I,$$

где коэффициент дисконтирования ренты

$$a_{n,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$$

Тогда $\left(NPV(i)\right)'_n > 0$, $\left(NPV(i)\right)''_{nn} < 0$. Следовательно, $NPV(i)$ — возрастающая вогнутая функция n на множестве $[0;+\infty]$, причем $NPV(i)\Big|_{n=0} = -I < 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} NPV(i) = \frac{R}{i} - I$. Значение последнего предела - это $NPV(i)$ страхового портфеля, в котором поток доходов - вечная рента. Если считать, что параметры i, R, I страхового портфеля (1) таковы, что выполняется условие (6), то существует единственная точка $n^* > 0$ такая, что

* Мжельская Татьяна Алексеевна, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С.П. Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: mta163@gmail.com.

$$NPV(i)\Big|_{n=n^*} = NPV_{n^*}(i) = 0.$$

Таким образом, неравенство (6) является не только условием существования срока окупаемости страхового портфеля (1), но и условием эффективного согласования платежных потоков страховых взносов и потоков выплат по страховым случаям, т.е. с $NPV(i) \geq 0$.

График зависимости показателя $NPV(i)$ от срока страхового портфеля n показан на рис. 1.

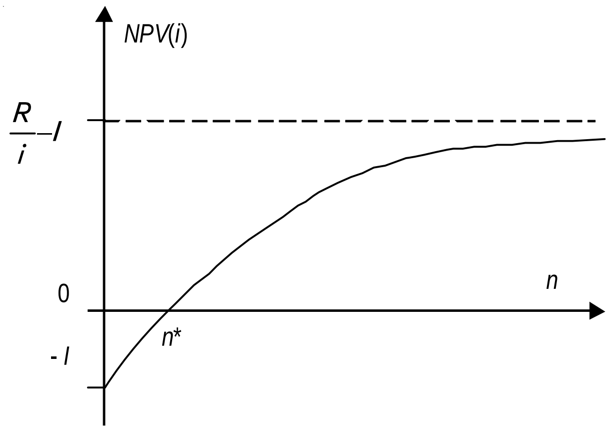

Рис. 1. **График зависимости показателя $NPV(i)$ от срока страхового портфеля n**

Чем больше срок страхового портфеля (1), тем больше его $NPV(i)$. Найдем n^* из уравнения $NPV_{n^*}(i) = 0$, что равносильно уравнению (4), при условии (6):

$$n^* = \frac{-\ln(1 - \frac{I}{R}i)}{\ln(1+i)}. \qquad (7)$$

Если n^*, определенное по (7), удовлетворяет условию $n^* \leq n$, где n - срок страхового портфеля, то (7) - формула точного значения срока окупаемости страхового портфеля (1). Если срок страхового портфеля $n < n^*$, то страховой портфель не имеет срока окупаемости. При этом его $NPV(i) < 0$. Чтобы страховой портфель окупался при данных ставке i, инвестициях I и доходах R необходимо, чтобы продолжительность страхового портфеля была не меньше n^*.

Чем более протяжен во времени страховой портфель, тем более тщательная оценка требуется для членов денежного потока последних лет реализации страхового портфеля. Здесь страховой портфель рассматривается в условиях определенности, когда поступление страховых взносов точно в срок и в полном объеме считается гарантированным.

Зависимость показателей эффективности от величины вложенных инвестиций I рассмотрим, считая заданными срок страхового портфеля n, размеры страховых взносов R и ставку наращения i.

Увеличение инвестиций в страховой портфель влечет уменьшение его IRR. Рассмотрим подробнее зависимость показателя IRR проекта (1) от величины инвестиций I.

Уравнение $NPV(r) = 0$ для страхового портфеля (1) имеет вид: $I = Ra_{n,r}$, где

. Так как $I'_r < 0$,

$I''_{rr} > 0$, то $r'_I = \frac{1}{I'_r} < 0$, $r''_{II} = -\frac{1}{(I'_r)^3} I''_{rr} > 0$.

Значит, $r(I)$ — убывающая выпуклая функция на множестве значений $I \in [0, +\infty]$. Если $r \to -1+0$, то $I \to +\infty$; если $r = 0$, то $I = nR$; если $r \to +\infty$, то . График зависимости $r(I)$ показан на рис. 2.

Рис. 2. **График зависимости $r(I)$**

С увеличением инвестиций I доходность страхового портфеля r уменьшается. При $I > nR$ доходность отрицательна, $r < 0$, страховой портфель заведомо убыточен. На этом рисунке значению $r = i$, где i - ставка дисконтирования страхового портфеля, соответствует максимальный уровень затрат I_{max}, при котором страховой портфель не является убыточным. Действительно, $NPV(r = i) = 0$, откуда $I_{max} = Ra_{n,i}$. Если $I > I_{max}$, то $r < i$, что означает убыточность страхового портфеля. И наоборот, значениям $I < I_{max}$ соответствуют $r > i$, при которых проект является прибыльным[2].

Зависимость показателей эффективности от ставки дисконтирования i рассмотрим при заданных доходах R, сроке страхового портфеля n, инвестициях I. Параметры R, n, I определяют значение показателя внутренней нормы доходности (IRR) страхового портфеля. Установим множество значений показателя IRR при заданных R, n, I. Значение показателя IRR при заданных R, n, I - решение r уравнения доходности (3). Покажем, что $r > 0$ тогда и только тогда, когда $I < nR$. Из уравнения доходности имеем:

$$Ra_{n,r} = I.$$

Тогда коэффициент дисконтирования $a_{n,r} = \frac{I}{R}$. С другой стороны, $a_{n,r} = \frac{1}{1+r} + \ldots + \frac{1}{(1+r)^n}$. Если решение уравнения (3) $r > 0$, тогда $a_{n,r} < n$. Значит, $\frac{I}{R} < n$. Отсюда $I < nR$. И наоборот. Пусть $I < nR$. Тогда уравнение (3) имеет единственное положительное решение $r > 0$. Несложно убедиться, что отрицательное решение уравнения (3) $r < 0$ соответствует условию $I > nR$, что означает заведомую убыточность проекта. Этот случай может представлять только теоретический интерес, как и значения $r \to +\infty$. Таким образом, в общем случае r

$\in[-1,+\infty]$ $\frac{I}{R} < \frac{R}{I}$

. Однако если значения R, n, I заданы, то можно показать, что $r < \frac{R}{I}$. В этом случае показатель $r \in \left[-1, \frac{R}{I}\right]$. Таким образом, при заданных R, n, I показатель IRR проекта фиксирован и принимает одно из значений из указанного интервала.

Рассмотрим зависимость показателя $NPV(i)$ от ставки дисконтирования i. Будем считать, что параметры R, n, I таковы, что $I < nR$, что обеспечивает положительное значение показателя IRR проекта[3].

Имеем: $NPV(i) = Ra_{n,i} - I$, где коэффициент дисконтирования ренты $a_{n,i} = \frac{1}{1+i} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}$. Тогда $(NPV(i))'_i < 0$, $(NPV(i))''_{ii} > 0$. Значит, $NPV(i)$ - убывающая выпуклая функция i на множестве $[0, \infty]$, причем $NPV(i = 0) = nR - I > 0$, $\lim_{i \to \infty} NPV(i) = -I < 0$. График функции $NPV(i)$ представлен на рис. 3.

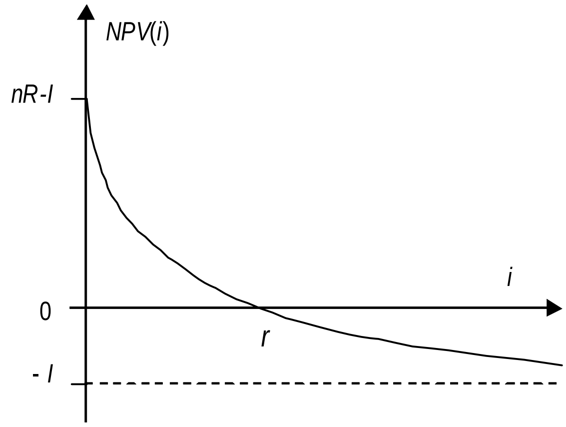

Рис. 3. **График функции *NPV*(*i*)**

С увеличением ставки дисконтирования значение показателя $NPV(i)$ уменьшается, причем в точке $i = r$, где r - значение IRR страхового портфеля, $NPV(r) = 0$. При $0 \le i < r$, как и было установлено, $NPV(i) > 0$ и $NPV(i) < 0$, если $i > r$. Увеличение ставки дисконтирования делает страховой портфель менее выгодным или вообще неприемлемым. И наоборот, чем меньше ставка дисконтирования $i < IRR$, тем более выгодным является страховой портфель. Таким образом, инвестор заинтересован в том, чтобы ставка дисконтирования была меньше.

Рассмотрим зависимость срока окупаемости n^* страхового портфеля (1) от ставки дисконтирования i при заданных R, n, I. Здесь n^* - точное значение срока окупаемости, удовлетворяющее определению.

Для существования срока окупаемости страхового портфеля (1) необходимо (но недостаточно), чтобы выполнялось условие (6). Тогда ставка дисконтирования . Найдем все решения уравнения (4) для $i \in \left[0, \frac{R}{I}\right]$. Те из них, которые удовлетворяют условию $n^* \le n$, являются сроком окупаемости страхового портфеля.

Согласно определению срока окупаемости, $Ra_{n^*,i} = I$. Тогда $a_{n^*,i} =$. Дифференци-

Рис. 4. **График зависимости n^* от ставки дисконтирования i**

руем это выражение по i: $\frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial n^*}(n^*)'_i + \frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial i} = 0$. Отсюда

$$(n^*)'_i = -\frac{\frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial i}}{\frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial n^*}}.$$

Так как $a_{n^*,i} = \frac{1-(1+i)^{-n^*}}{i}$, то $\frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial n^*} > 0$. С другой стороны, так как $a_{n^*,i} = \frac{1}{1+i} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{n^*}}$, то $\frac{\partial a_{n^*,i}}{\partial i} < 0$. Следовательно, $(n^*)'_i > 0$. Кроме того, $a_{n^*,i}\Big|_{i=0} = n^*\Big|_{i=0} = \frac{I}{R}$. Из (7) находим $\lim\limits_{i \to \frac{R}{I}-0} n^* = +\infty$. График зависимости n^* от ставки дисконтирования i показан на рис. 4.

Если параметры R, n, I таковы, что $I > nR$, то страховой портфель не имеет срока окупаемости, так как все значения $n^* > n$. Если же R, n, I удовлетворяют условию $I < nR$, страховой портфель имеет срок окупаемости. В этом случае существуют значения $n^* \le n$. Одновременно условие $I < nR$ означает положительное значение показателя *IRR* проекта. С увеличением ставки дисконтирования i срок окупаемости страхового портфеля растет. При $i = r$, где r - значение показателя *IRR* страхового портфеля, срок окупаемости $n^* = n$. Срок окупаемости имеют те страховые портфели, для которых $i \le r$, так как для этих страховых портфелей $n^* \le n$. Значениям ставки дисконтирования $i > r$ соответствуют $n^* > n$. Это означает то, что при $i > r$ страховой портфель не имеет срока окупаемости.

Как уже отмечалось, в ходе реализации страхового портфеля ставка дисконтирования может измениться. При увеличении i срок окупаемости страхового портфеля может превысить ограничение по этому показателю, если оно существует, и страховой портфель может оказаться неприемлем.

---

[1] *Мельников А.В., Попова Н.В., Скорнякова В.С.* Математические методы финансового анализа. М., 2006.

[2] *Ковалев В.В.* Методы оценки инвестиционных проектов. М., 1999.

[3] *Четыркин Е.М.* Финансовая математика : учебник. М., 2000.

Поступила в редакцию 08.07.2011 г.