

## К ВОПРОСУ СТАТИСТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОСВЯЗИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

© 2011 В.В. Любич\*

**Ключевые слова:** временной ряд, синхронность, двуходовое объединение, коинтеграция, причинность.

Освещаются вопросы статистического исследования взаимосвязи временных рядов. Представленные методы (анализ синхронности колебаний, коинтеграции, причинности) являются передовыми в современной науке и способны улучшить качество статистических исследований.

Не подлежит сомнению тот факт, что развитие социально-экономических процессов происходит во взаимосвязи друг с другом. Исследование временных рядов имеет массу особенностей по причине строгой упорядоченности значений в ряду. Развитие методологии идет как по пути совершенствования и описания свойств простых и уже известных методов, так и по пути раскрытия возможностей и продвижения более сложных и формализованных.

Одним из специфических методов является выявление синхронности колебаний временных рядов. Его специфика заключается в том, что при обнаружении значимых коэффициентов корреляции между колебаниями временных рядов регрессионная модель не строится (так как взаимосвязь колебаний не обязательно подтверждается качественным анализом изучаемой проблемы). Синхронность определяет не взаимосвязь, а механическое совпадение колебаний: их силу и направленность. Изучение синхронности колебаний производства в административных районах (субъектах федерации, государствах) имеет большое социально-экономическое значение, так как способствует рациональному, выгодному распределению ресурсов между участниками, а также выравниванию обеспеченности населения необходимыми товарами.

С целью дальнейшего развития положений, содержащихся в работе В.Н. Афанасьева<sup>1</sup>, предложено и апробировано использование двуходового объединения для выделения из исследуемой совокупности групп объектов с синхронными и асинхронными колебаниями<sup>2</sup>. Оно позволяет объединить

объекты, используя информацию как по строкам, так и по столбцам матрицы парных коэффициентов корреляции. Перераспределение продовольственных запасов с учетом асинхронности колебаний способствует снижению социальной напряженности, рассматривается как инструмент диверсификации, обеспечения продовольственной безопасности и борьбы с голодом.

Если априорно могут быть выделены качественные зависимости, то возможно проведение более глубокого анализа с целью построения эконометрических моделей.

Для исключения ложной корреляции временных рядов, возникающей при наличии тенденции в каждом из них, применяют преобразование уровней (расчет последовательных разностей или отклонений от трендов) или включение в модель регрессии фактора времени. Общим недостатком указанных методов является модификация модели экономических взаимосвязей. Большая часть экономических соотношений сформирована в терминах уровней временных рядов, поэтому видоизменение моделей нежелательно.

В ряде случаев наличие в одном из временных рядов тенденции - следствие именно того факта, что другой ряд, включенный в модель, тоже содержит тенденцию, а не просто является результатом прочих случайных причин. Поэтому коэффициент корреляции, рассчитанный по уровням временных рядов, может, соответственно, характеризовать истинную причинно-следственную зависимость между ними<sup>3</sup>.

В 80-х гг. XX в. К. Грэнджер и Р. Ингл изложили результаты разработки нового под-

\* Любич Вячеслав Владимирович, аспирант Оренбургского государственного университета. E-mail: lfame@yandex.ru.

хода к анализу взаимосвязанных временных рядов и ввели термин "коинтеграция". Коинтеграция представляет собой эконометрическое свойство временного ряда. Под ней понимается причинно-следственная зависимость в уровнях двух (или более) временных рядов, которая выражается в совпадении или противоположной направленности их тенденций и случайной колеблемости<sup>4</sup>.

За рубежом теория коинтеграции активно развивается, привычной стала оценка наличия коинтеграционных отношений между интегрированными экономическими переменными перед проведением запланированного анализа, такого как оценка интересующих параметров или проверка гипотезы. Если данные коинтегрированы, то применяются модели корректировки ошибок (ECMs), в противном случае - модели векторной авторегрессии (VAR) на основе первых разностей временных рядов.

В отечественной научной литературе изучению коинтеграции не уделяется должного внимания. Краткие основные сведения об этом явлении приведены в работах Г.Г. Канторовича<sup>5</sup>, Ю.П. Лукашина<sup>6</sup>, И.И. Елисеевой<sup>7</sup> и др. В англоязычных публикациях Р. Дэвидсона и Д. Мак-Кинона<sup>8</sup>, К. Грэнджера и Н. Свансона<sup>9</sup> содержится масса дополнительной информации, в частности, в работе Н. Бэлка и Т. Фомби<sup>10</sup> - о пороговой коинтеграции; в трудах В. Эндерса и К. Грэнджера<sup>11</sup>, В. Эндерса и П. Сиклоса<sup>12</sup> - о нелинейном механизме корректировки с асимметричной корректировкой ошибок.

Экономические данные коинтегрированы, так как они отвечают на скачки совместно. Несмотря на то что многие экономические временные ряды признаются коинтегрированными, коинтеграция - это очень специфический феномен. Может наблюдаться и такое, что временные ряды будут иметь одинаковое поведение только при импульсах некоторого конкретного типа. Следовательно, если временной ряд устойчив к снижению, то его реакция на негативные изменения не будет симметрична реакции на положительные скачки. Например, розничные цены на бензин в Российской Федерации всегда растут при повышении цены на нефть, при этом снижение последней не обеспечивает аналогичного падения цен на бензин. В то время как подобные экономические временные ряды

могут быть некоинтегрированными, в их компонентах может быть заключена важная информация, необходимая для понимания их динамических взаимосвязей. Данная информация упускается обычной теорией коинтеграции, но учитывается при изучении коинтеграции компонентов данных, т.е. скрытой коинтеграции. Большое количество дополнительной информации о динамике временных рядов может быть получено с помощью данного метода. Становится возможным оценить долговременные взаимосвязи между некоинтегрированными нестационарными временными рядами.

Автор метода К. Грэнджер рассматривает возникновение скрытой коинтеграции на примере двух случайных блужданий<sup>13</sup>:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i, \quad (1)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \eta_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \eta_i, \quad (2)$$

где  $X_0, Y_0$  - начальные значения;  $\varepsilon_i, \eta_i$  - белый шум с нулевым средним.

Новые переменные позволяют разложить возмущения на бо́льшие некоторого уровня и меньшие этого уровня:

$$\varepsilon_i^\vee = \max(\varepsilon_i, d) \text{ и } \varepsilon_i^\wedge = \min(\varepsilon_i, d), \quad (3)$$

где  $\varepsilon_i = \varepsilon_i^\vee + \varepsilon_i^\wedge - d$ ;  $d$  - так называемый порог.

Порог выбирается таким образом, чтобы были исключены ситуации, когда при всех  $i$   $\varepsilon_i = \varepsilon_i^\wedge$  или  $\varepsilon_i = 0$ . Предположим, что

$$\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^\wedge, \sum_{i=1}^t \eta_i^\wedge, \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^\vee \text{ и } \sum_{i=1}^t \eta_i^\vee - \text{величины } /$$

(1). Может быть и больше компонентов  $X_t$  и  $Y_t$ , но для простоты рассматриваются лишь два. Таким образом,

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^\wedge + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^\vee - dt, \quad (4)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \eta_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \eta_i^\wedge + \sum_{i=1}^t \eta_i^\vee - dt. \quad (5)$$

Если  $d = 0$ , а  $X_0$  является постоянной величиной, то

$$X_t = X_0 + X_t^+ + X_t^-, \quad (6)$$

где  $X_t^+ = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+$ ,  $X_t^- = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^-$ .

Скрытая коинтеграция наблюдается во временных рядах при условии, что их компоненты коинтегрированы друг с другом. Для простоты теоретических выкладок предпола-

гается, что ни  $\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^- \right\}$ , ни

$\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+ \right\}$  не являются коинтегрированными.

Однако на практике данное положение подлежит проверке. Остается четыре случая взаимосвязи компонентов временных рядов.

Случай 1. Ни  $\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+ \right\}$ , ни

$\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^- \right\}$  не являются коинтегрированными.

Из этого следует, что  $X_t$  и  $Y_t$  также некоинтегрированы, т.е. имеют различные стохастические тренды.

Случай 2. Или  $\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+ \right\}$ , или

$\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^- \right\}$  коинтегрированы, но не од-

новремененно. Следовательно,  $X_t$  и  $Y_t$  имеют общие либо позитивные, либо негативные колебания.  $X_t$  и  $Y_t$  в данном случае все еще не являются коинтегрированными, но из структуры их взаимосвязи можно извлечь больше информации, чем в первом случае. Эти сведения о скрытых коинтеграционных связях не используются, если исследователь заинтересован лишь коинтеграцией между  $X_t$  и  $Y_t$ .

Случай 3. И  $\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+ \right\}$ , и

$\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^- \right\}$  коинтегрированы, но с раз-

личными коинтеграционными векторами. Временные ряды  $X_t$  и  $Y_t$  все еще остаются некоинтегрированными. Они хотя и имеют общие положительные и отрицательные возмущения, но общие возмущения некоинтегрированы.

Случай 4. И  $\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+ \right\}$ , и

$\left\{ \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^- \right\}$  коинтегрированы с одинако-

выми коинтеграционными векторами. В данном случае присутствует один общий импульс. Это интерпретируется как наличие общего стохастического тренда для  $X_t$  и  $Y_t$ , отвечающего за их долговременное поведение в динамике. В данном случае ряды  $X_t$  и  $Y_t$  являются коинтегрированными.

Указанные случаи показывают, насколько специфично явление коинтеграции. Коинтеграция между временными рядами наблюдалась лишь в четвертом случае, однако в первых трех случаях степень ее отсутствия была различной. Если уделять внимание лишь четвертому случаю, то множество ценной информации теряется. Даже если временные ряды не являются коинтегрированными, их скрытая структура может быть плодотворно использована для изучения динамики и получения усовершенствованных прогнозов.

Коинтеграционные взаимосвязи способствуют раскрытию сложных социально-экономических зависимостей, приближают исследователя к пониманию причинно-следственных связей и сущности протекающих процессов.

Причинное понимание, в отличие от обычного, подразумевает глубокое понимание механизмов. На данный момент механистические знания в социальных науках очень ограничены или вовсе отсутствуют. Этому способствовало доминирующее на протяжении большей части XX в. мнение ученых, что статистик должен сторониться причинности. Основателями статистики, особенно Р. Фишером и К. Пирсоном, было строго установлено, что статистика лишь ассоциативна<sup>14</sup>. Осторожное отношение к причинности может показаться обоснованным, так как причинные выводы сложны и постулируются как

гораздо более обоснованные суждения, чем выводы традиционного статистического анализа. Но многие области знаний, особенно экономика и общественные науки, ждут от статистики руководства.

В последние годы причинность стала главным предметом спора среди статистиков; развиваются новые подходы к ее изучению. Статистический анализ играет важнейшую роль в идентификации причинных связей при исследовании эмпирических данных.

В моделировании поведения экономических субъектов популярна концепция причинности К. Грэнджера. Данная концепция зародилась в эконометрике и распространяется в другие области знаний. Причинность К. Грэнджера сфокусирована на измерениях во времени и на том, как они могут влиять друг на друга. Идея этой причинности в том, как настоящее и прошлое влияют на дальнейшее развитие. Причинность К. Грэнджера стремится к пониманию того, как различные процессы взаимосвязаны. Это не обязательно означает, что механизмы могут быть разъяснены детально только благодаря статистическим данным, но анализ К. Грэнджера является шагом к расширенному пониманию зависимостей. Рост доступности детальных статистических данных открывает большие возможности для данного подхода.

Степень, с которой причинный анализ К. Грэнджера дает механистическое понимание, зависит от доступных данных; они должны обнаруживать механистические взаимосвязи в отлаженных исследованиях. Привлекательная черта причинности К. Грэнджера – анализ взаимосвязи между прошлым, настоящим и будущим, который приводит к механистическому пониманию.

Причинность К. Грэнджера определена для двух временных рядов:  $X$  и  $Y$ . Отвечая на вопрос, является ли  $X$  причиной для  $Y$ , мы находим, насколько текущие значения временного ряда  $Y$  могут быть объяснены его лаговыми значениями, а затем, улучшается ли аппроксимация  $Y$  при добавлении лаговых значений временного ряда  $X$ . Считают, что  $X$  является Грэнджер-причиной для  $Y$ , если  $X$  улучшает прогноз  $Y$ , или, что равнозначно, если коэффициенты при лаговых значениях  $X$  являются статистически значимыми. Двусторонняя причинность также часто

встречается:  $X$  является Грэнджер-причиной  $Y$ , а  $Y$  – Грэнджер-причиной  $X$ .

Выражение “ $X$  является Грэнджер-причиной  $Y$ ” не подразумевает, что  $Y$  является эффектом или результатом от действия  $X$ . Причинность К. Грэнджера измеряет предшествование и информационную составляющую, но не саму причинность в общем смысле этого слова.

С технической точки зрения, первым шагом в проведении теста причинности является определение длины лага в тестовой регрессии. Предпочтителен выбор более длинных лагов, так как теория построена на предположении о важности всей информации прошлых периодов времени. Таким образом, длина лага ( $p$ ) выбирается в соответствии с мотивированными ожиданиями наиболее длительного времени, на протяжении которого одна из переменных может предсказывать значения другой.

Затем строится двумерная регрессия вида:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_p X_{t-p} + \varepsilon_t; \quad (7)$$

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \beta_1 Y_{t-1} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + u_t,$$

и для каждого уравнения рассчитывается  $F$ -статистика для гипотезы:

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0. \quad (8)$$

Нулевая гипотеза теста состоит в том, что  $X$  не является Грэнджер-причиной  $Y$  в первом уравнении, и что  $Y$  не является Грэнджер-причиной  $X$  во втором уравнении регрессии (7).

В работе А. Хатеми-Джей и Г. Шукура<sup>15</sup> из университета Йёнчёпинга (Швеция) представлены результаты анализа взаимосвязи между бюджетным дефицитом и дефицитом торгового баланса США. Анализ квартальных данных с 1-го квартала 1975 г. по 2-й квартал 1998 г., скорректированных на сезонность, показал, что Грэнджер-причинность между указанными временными рядами не наблюдается. Но после определения наличия структурного сдвига в выборке и разделения временных рядов на два однородных подпериода результаты оказались следующими: в первом подпериоде бюджетный дефицит являлся Грэнджер-причиной дефицита торго-

вого баланса; во втором подпериоде зависимость изменилась на противоположную<sup>16</sup>. Данный пример подчеркивает как неоднозначность Грэнджер-причинности, так и важность использования предварительных тестов, периодизации временного ряда с целью выявления однородных участков динамики.

Новая роль статистики возникает в области моделирования экономических систем, где механистические модели анализируются и оцениваются математическими и статистическими методами. Современное увеличение доступности, количества и качества статистических данных, а также развитие математических моделей и методов создает качественно новую ситуацию, предвосхищающую бурное распространение причинных моделей.

<sup>1</sup> *Афанасьев В.Н.* Статистическое обеспечение устойчивости сельскохозяйственного производства. М., 1996.

<sup>2</sup> *Afanasyev V., Lyubchich V.* Two-way joining in optimization of international market strategies // Abstracts of the 57th Session of the International Statistical Institute: 16-22 Aug. 2009. Statistics: Our Past, Present and Future. Durban, 2009. P. 492.

<sup>3</sup> Эконометрика: учебник / под ред. И.И. Елисеевой. 2-е изд., перераб. и доп. М., 2007. С. 447.

<sup>4</sup> Там же.

<sup>5</sup> *Канторович Г.Г.* Анализ временных рядов // Экон. журн. ВШЭ. 2003. № 1.

<sup>6</sup> *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. М., 2003.

<sup>7</sup> Эконометрика...

<sup>8</sup> *Davidson R., MacKinnon J.G.* Econometric theory and methods. N.Y., 2004.

<sup>9</sup> *Granger C.W.J., Swanson N.R.* Further developments in the study of cointegrated variables // Oxford Bulletin of Economics and Statistics. 1996. № 58.

<sup>10</sup> *Balke N.S., Fomby T.B.* Threshold cointegration // International Economic Review. 1997. № 38.

<sup>11</sup> *Enders W., Granger C.W.J.* Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates // J. of Business and Economic Statistics. 1998. № 16.

<sup>12</sup> *Enders W., Siklos P.L.* Cointegration and threshold adjustment // J. of Business and Economic Statistics. 2001. № 19.

<sup>13</sup> *Granger C.W.J., Yoon G.* Hidden cointegration. Economics working paper. San Diego, 2002. P. 6.

<sup>14</sup> *Aalen O.O., Frigessi A.* What can statistics contribute to a causal understanding? // Board of the Foundation of the Scandinavian J. of Statistics. 2007. P. 157.

<sup>15</sup> *Hatemi-J A., Shukur G.* Multivariate-based tests of twin deficits in the US // J. of Applied Statistics. 2002. № 29.

<sup>16</sup> Там же. P. 10.

Поступила в редакцию 23.12.2010 г.