

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ РЫНКА АРЕНДНЫХ ОТНОШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

© 2010 В.А. Харитонов, К.А. Гуреев*

Ключевые слова: рынок аренды, игроки рынка, матричные модели предпочтений, модели рынка, линейные приближения, регулирование арендных отношений.

Предлагается методика перехода от многофакторных нелинейных (матричных) моделей предпочтений игроков рынка к их линейным приближениям в заданном состоянии рынка с целью аналитического исследования задач регулирования арендных отношений.

Ранее авторами рассматривались суть и методы поддержки малого бизнеса посредством регулирования арендных отношений с использованием моделей рынка аренды коммерческой недвижимости на основе представления предпочтений арендаторов и арендодателей механизмами комплексного оценивания¹. В качестве методологической базы моделирования объекта исследования была выбрана технология комплексного оценивания с использованием деревьев целей (критериев) и бинарных матриц нечеткой свертки с топологической интерпретацией на основе семейства линий одинаковой цены (изопрайс).

Все предложения по поддержке малого бизнеса качественно разделялись на две группы: без субсидирования (неденежные) и с применением такового (денежные).

В качестве неденежного подхода рассматривалось некоммерческое объединение представителей малого бизнеса (МБ) для ведения переговоров с крупными арендодателями. Предполагалось, что подобное агрегирование должно снизить возникающие у собственников арендного имущества риски неуплаты, существующие в области отношений с представителями МБ, что уменьшит издержки арендодателя, отражаясь на модели рынка смещением кривой предложения в направлении, более благоприятном для малого бизнеса.

Другие возможные шаги региональной власти связывались с денежными подходами, эффективность которых определяется направлением субсидирования и возрастает при их параметрическом обосновании.

Качественное моделирование рынка арендных отношений, регулируемых администрацией, качественно подтвердило действенность этого участия по всем предлагаемым схемам, в том числе и при их комбинациях. В случае достаточной степени адекватности модели предпочтений игроков рынка, может идти речь о количественном обосновании необходимой степени институционального воздействия на рынок посредством подбора параметров модели. Эмпирическому подходу в этом вопросе предлагается противопоставить аналитический подход, упрощающий нахождение управлений, близких к оптимальным, и способствующий установлению определенных закономерностей поведения объекта моделирования. Перспективным способом перехода к аналитическим исследованиям задач данного класса является линеаризация моделей функций спроса и предложения.

В статье рассматривается методика перехода от многофакторных нелинейных (матричных) моделей предпочтений игроков рынка к их линейным приближениям в заданном состоянии рынка с целью получения аналитических решений задач регулирования арендных отношений.

Линейные приближения функций спроса и предложения в общем виде:

$$Q_d = f_d(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad Q_s = f_s(y_1, y_2, \dots, y_m),$$

где их аргументы представляют собой детерминанты, в точке линеаризации

$$Q_d^* = f_d(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = Q;$$

* Харитонов Валерий Алексеевич, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой "Экспертиза недвижимости" Пермского государственного технического университета; Гуреев Кирилл Александрович, аспирант Пермского государственного технического университета. E-mail: Legion@pisem.net, gureev.prof@gmail.com.

$$Q_s^* = f_s(y_1^*, y_2^*, \dots, y_m^*) = Q,$$

являющейся точкой равновесия рынка, находящаяся в следующем виде:

$$Q = Q^* + \Delta Q_d = Q^* + \sum_{i=1}^n k_i' \cdot \Delta x_i;$$

$$Q = Q^* + \Delta Q_s = Q^* + \sum_{j=1}^m k_j'' \cdot \Delta y_j,$$

где коэффициенты при линейных членах находятся методами численного дифференцирования, либо графоаналитическими методами, способными обосновать степень приближения в ϵ_j' , ϵ_j'' - областях:

$$k_j' = \frac{\partial f_d}{\partial x_j} \bigg|_{Q_d^*} \approx \frac{Q_d(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^* + \Delta x_i, \dots, x_n^*)}{\Delta x_i},$$

$$\Delta x_i \leq \epsilon_j',$$

$$\Delta y_j \leq \epsilon_j''.$$

При выходе за пределы области линеаризации рекомендуется использовать многошаговые процессы с линеаризацией на каждом шаге. Аналогичная ситуация возникает в том случае, когда изменения касаются двух и более частных критериев, т.е. процесс решения, по своей сути, становится многошаговым и не гарантирует сохранение параметров во всех ϵ -областях.

Проиллюстрируем возможность аналитических исследований на примерах решения задач регулирования рынка арендных отношений в предположении, что функция спроса есть зависимость $Q_d(x_1, x_2, x_3)$, где x_1, x_2, x_3 - уровни цены спроса, субсидий, дохода бизнеса, а функция предложения - $Q_s(y_1, y_2, y_3)$, где y_1, y_2, y_3 - уровни цены предложения, уплаты арендной стоимости, субсидий, соответственно.

Модель рынка образуется объединением областей определения многомерных функций спроса и предложения с выделением их пе-

ресечения в подпространстве (плоскости) двух координат - объема и цены сделок аренды. При построении качественной модели данных функций, используя функции приведения частных критериев к стандартной шкале комплексного оценивания², требуется учитывать разнонаправленность шкал спроса и предложения на оси ординат: предложение - прямая шкала, спрос - обратная, что обуславливает их дополнение до значения 5. Равновесное состояние рынка (ТР) отображается точкой пересечения кривых спроса и предложения в упомянутой плоскости уровней цены и объема сделок. Совпадение данных об объеме арендных сделок и их средней цене, преобразованных на основе функций приведения в качественную форму, с результатами моделирования свидетельствуют в пользу адекватности построенной модели рынка, в этом случае не нуждающейся в дополнительном исследовании и коррекции.

В качестве исходного состояния рынка, принимаем композицию кривых спроса и предложения в предположении отсутствия субсидий ($x_2 = 1, y_3 = 1$). Заметим (рис. 1),

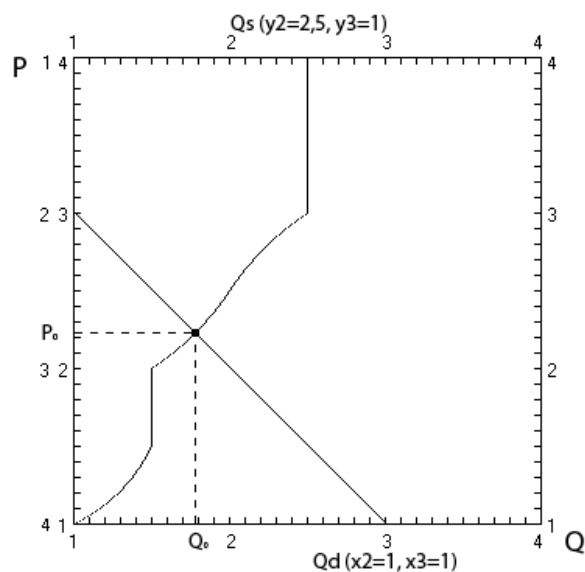


Рис. 1. Исходная модель рынка аренды коммерческой недвижимости в условиях отсутствия субсидий, низкого дохода арендатора и значительного уровня неуплаты арендных платежей

что кривая спроса (Q_d) характеризуется низким уровнем доходности малого бизнеса ($x_3 = 1$), а кривая предложения (Q_s) - неполнотой уплаты ($y_2 = 2,5$). Из модели рынка следует, что максимальный уровень аренд-

ных сделок определяется точкой равновесия рынка и ограничен объемом Q_0 , достигаемым при среднерыночной цене сделки P_0 .

Предположим, что частной задачей, определяемой органами государственной власти, является увеличение объема совершаемых на рынке арендных сделок с представителями малого бизнеса до уровня $Q_1=2$. Учитывая ранее предложенные методы, сформулируем в иллюстративном порядке конкретные задачи увеличения уровня сделок до требуемого значения:

- 1) определить необходимый уровень субсидий арендаторам - представителям малого бизнеса;
- 2) определить необходимый уровень субсидий арендодателям;
- 3) определить минимально необходимый уровень уплаты арендной стоимости, достигаемый за счет неденежного подхода.

Приступая к решению перечисленных задач в рамках исходного состояния рынка, представленного на рис. 1, произведем линейаризацию моделей спроса и предложения:

$$Q_s = k_1'' \cdot y_1 + k_2'' \cdot y_2 + k_3'' \cdot y_3.$$

Коэффициенты при линейных членах определяются по методике, использующей функции чувствительности комплексной оценки этих моделей к вариациям отдельных частных критериев.

Графоаналитическая процедура определения коэффициентов линейаризации k_j' функции спроса в точке линейаризации (2,78; 1; 1) и окрестностей области линейаризации \hat{a}_j' представлена на рис. 2. Аналогичная процедура установления параметров линейаризации функции предложения в точке линейаризации (2,23; 2,5; 1) отражена на рис. 3.

Перемещение точки равновесия в направлении достижения значения компоненты $Q_1 = 2$ путем допустимых изменений детерминантов в ее \hat{a} -окрестности можно описать системой двух линейных уравнений, полученных в качестве следствия линейаризации функций спроса и предложения:

$$Q_d = k_1' \cdot x_1 + k_2' \cdot$$

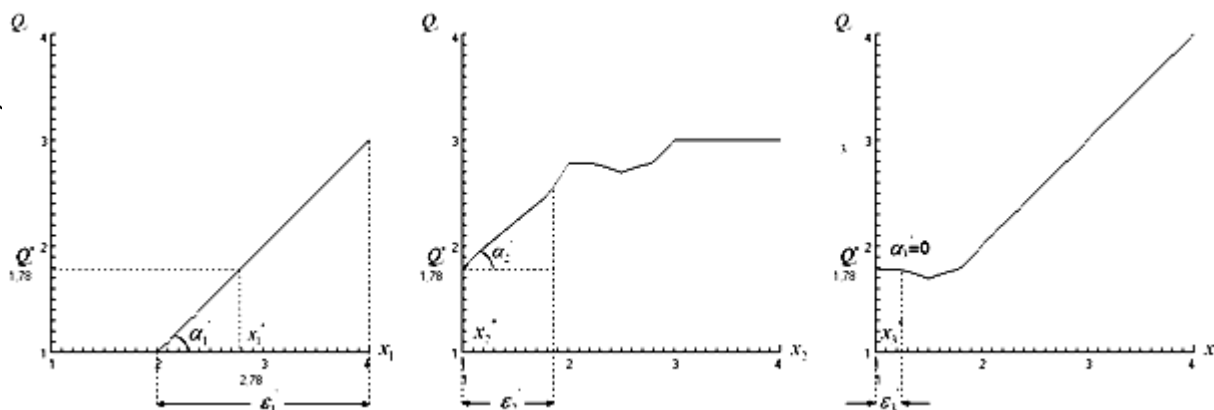


Рис. 2. Процедура определения коэффициентов линейаризации k_j' функции спроса в точке линейаризации (2,78; 1; 1) и окрестностей области линейаризации \hat{a}_j'

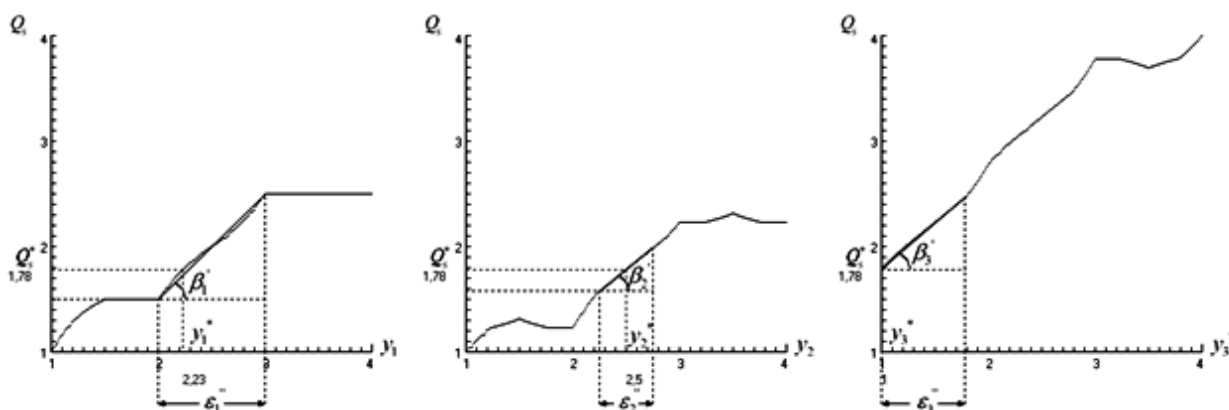


Рис. 3. Процедура определения коэффициентов линейаризации k_j'' функции предложения в точке линейаризации (2,23; 2,5; 1) и окрестностей области линейаризации \hat{a}_j'' .

$$\begin{cases} \Delta Q_d = k_1' \cdot \Delta x_1 + k_2' \cdot \Delta x_2 + k_3' \cdot \Delta x_3 \\ \Delta Q_s = k_1'' \cdot \Delta y_1 + k_2'' \cdot \Delta y_2 + k_3'' \cdot \Delta y_3 \end{cases} \quad (1)$$

где $k_1' = tg\alpha_1' = 1$, $\Delta x_1 \in [2; 4]$; $k_2' = tg\alpha_2' = 1$,

$\Delta x_2 \in [1; 1,88]$; $k_3' = tg\alpha_3' = 0$,

$\Delta x_3 \in [1; 1,25]$; $k_1'' = tg\beta_1'' = 0,79$,

$\Delta y_1 \in [2; 3]$; $k_2'' = tg\beta_2'' = 1$,

$\Delta y_2 \in [2,25; 2,75]$; $k_3'' = tg\beta_3'' = 0,78$,

$\Delta y_3 \in [1; 1,78]$.

Определение параметров нового рынка в соответствии с каждой из поставленных задач становится возможным путем решения полученной системы линейных уравнений с учетом условий конкретной задачи.

Для первой задачи искомыми переменными являются приращения уровней субсидий арендатору $\times x_2$, цены спроса $\times x_1$ и предложения $\times y_1$, а фиксированными - уровни уплаты арендаторами арендной стоимости ($\times y_2=0$), субсидий арендодателям ($\times y_3=0$) и доходности арендаторов ($\times x_3=0$), в результате чего система уравнений (1) упрощается:

$$\begin{cases} \Delta Q_d = k_1' \cdot \Delta x_1 + k_2' \cdot \Delta x_2 \\ \Delta Q_s = k_1'' \cdot \Delta y_1 \end{cases} \quad (2)$$

При нахождении смещения точки равновесия $\times Q_s = \times Q_d = \times Q$ необходимо учитывать, что $\times y_1 = -\times x_1$. Тогда искомые параметры рынка можно описать выражениями

$$\Delta y_1 = \frac{\Delta Q}{k_1''}; \quad \Delta x_1 = -\frac{\Delta Q}{k_1'}$$

подставляя которые в первое уравнение системы (2), получим промежуточный результат:

$$\Delta Q_d = -k_1' \cdot \frac{\Delta Q}{k_1''} + k_2' \cdot \Delta x_2,$$

преобразуемый в искомые зависимости между параметрами рынка:

$$\Delta Q = \frac{k_2' \cdot k_1'' \cdot \Delta x_2}{k_1' + k_1''}; \quad \Delta x_2 = \frac{\Delta Q(k_1' + k_1'')}{k_2' \cdot k_1''}.$$

Для установленных значений коэффициентов ($k_1' = 1$, $k_2' = 1$, $k_1'' = 0,79$) системы (2) линейных уравнений вычисленный уровень

субсидий арендатору x_2 составит 1,5, обеспечивая достижение требуемого значения параметра рынка $Q_1=2$ при новых значениях уровней цены спроса ($x_1=2,502$) и предложения ($y_1=2,508$), что практически совпадает с результатами моделирования (рис. 4) и подтверждает результативность предложенной методики. В противном случае, графоаналитическое вычисление коэффициентов линеаризации следует повторить в новой точке линеаризации, либо изначально ставить задачу построения \hat{a} -областей с требуемой мерностью.

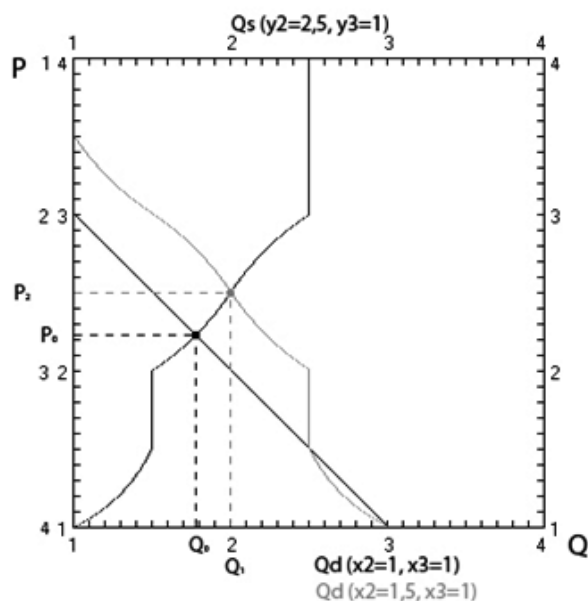


Рис. 4. Подтверждение вычислительным экспериментом достижения требуемого состояния модели рынка на основе аналитических вычислений размеров субсидий арендатору

При решении второй задачи искомыми переменными являются приращения уровней субсидий арендодателю $\times y_3$, цены спроса $\times x_1$ и предложения y_1 , а фиксированными - уровни уплаты арендаторами арендной стоимости ($\times y_2=0$), субсидий арендаторам ($\times x_2=0$) и доходности арендаторов ($\times x_3=0$), в результате чего система уравнений (1) упрощается:

$$\begin{cases} \Delta Q_d = k_1' \cdot \Delta x_1 \\ \Delta Q_s = k_1'' \cdot \Delta y_1 + k_3'' \cdot \Delta y_3 \end{cases} \quad (3)$$

С учетом $\times y_1 = -\times x_1$ из первого уравнения системы (3) получим выражения

$$\Delta y_1 = -\frac{\Delta Q}{k_1''}, \quad \Delta x_1 = \frac{\Delta Q}{k_1'}$$

подставляя которые во второе уравнение системы (3), определим зависимость

$$\Delta Q_s = -k_1'' \cdot \frac{\Delta Q}{k_1} + k_3'' \cdot \Delta y_3,$$

преобразуемую в искомые соотношения параметров рынка:

$$\Delta Q = \frac{k_1' \cdot k_3'' \cdot \Delta y_3}{k_1' + k_1''}; \quad \Delta y_3 = \frac{\Delta Q(k_1' + k_1'')}{k_1' \cdot k_3''}.$$

Для установленных значений коэффициентов ($k_1' = 1, k_1'' = 0,79, k_3'' = 0,78$) системы (3) линейных уравнений вычисленный уровень субсидий арендодателю y_3 составит 1,5, обеспечивая достижение требуемого значения параметра рынка $Q_1 = 2$ при новых значениях уровней цены спроса ($x_1 = 2,51$) и предложения ($y_1 = 2,5$) (рис. 5).

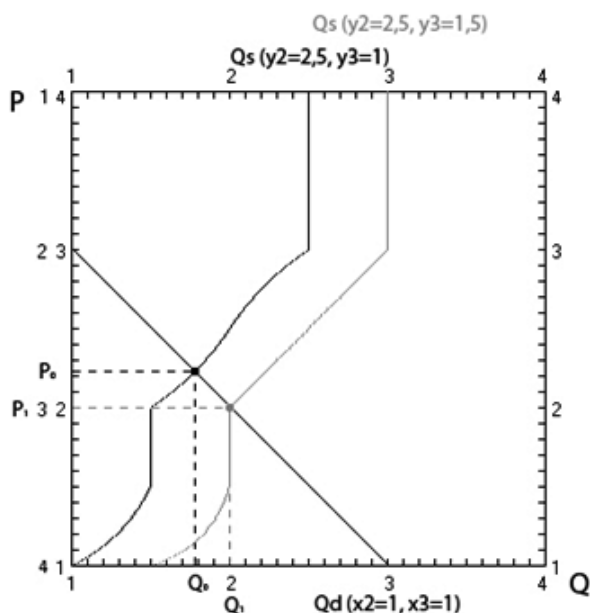


Рис. 5. Подтверждение аналитического решения относительно размеров субсидий арендодателю вычислительным экспериментом с моделью

При сопоставлении аналитических решений систем уравнений (2) и (3) обеих задач выявлена закономерность, устанавливающая целесообразность выбора направления субсидирования, с точки зрения оптимизации расходов:

- а) средства направляются арендатору, если $k_2' \cdot k_1'' > k_1' \cdot k_3''$,
- б) средства направляются арендодателю, если $k_2' \cdot k_1'' < k_1' \cdot k_3''$,

с) направление субсидирования определяется с помощью дополнительных аргументов, если $k_2' \cdot k_1'' = k_1' \cdot k_3''$.

При решении третьей задачи необходимо оценить требуемый объем организационных усилий на объединение представителей малого бизнеса, способное снизить риск неуплаты на величину Δy_2 . Процедура перехода от системы 1 к новой системе уравнений:

$$\begin{cases} \Delta Q_d = k_1' \cdot \Delta x_1 \\ \Delta Q_s = k_1'' \cdot \Delta y_1 + k_2'' \cdot \Delta y_2 \end{cases}, \quad (4)$$

аналогична переходам при решении первых двух задач. Из второго уравнения системы (4), получим промежуточный результат:

$$\Delta Q_s = -k_1'' \cdot \frac{\Delta Q}{k_1} + k_2'' \cdot \Delta y_2,$$

преобразуемый в искомые соотношения параметров рынка:

$$\Delta Q = \frac{k_1' \cdot k_2'' \cdot \Delta y_2}{k_1' + k_1''}; \quad \Delta y_2 = \frac{\Delta Q(k_1' + k_1'')}{k_1' \cdot k_2''}.$$

Для установленных значений коэффициентов ($k_1' = 1, k_2'' = 1, k_1'' = 0,79$) системы (4) линейных уравнений уровень снижения неуплаты арендодателю увеличится на 0,5 и составит 3, обеспечивая достижение искомого значения параметра рынка $Q_1 = 2$ (рис. 6).

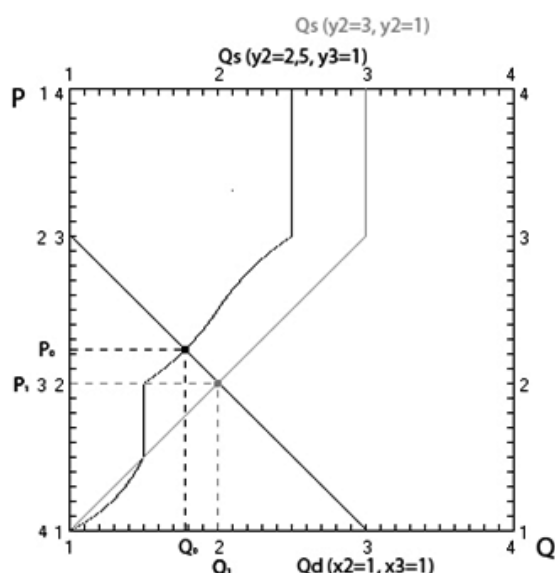


Рис. 6. Подтверждение аналитического решения относительно размеров снижения риска неуплаты арендодателю вычислительным экспериментом с моделью

С использованием обратных функций приведения частных критериев (из метрической формы в качественную) размеры субсидий принимают денежное выражение.

Совпадение проведенных аналитических исследований линеаризованной модели рынка арендных отношений с результатами моделирования свидетельствуют о принципиальной возможности обоснования управленческих решений по поддержке малого бизнеса с использованием предложенной методики. С помощью данного подхода устанавливаются закономерности, способствующие обоснованию выбора варианта поддержки малого бизнеса с учетом потребности в изменении рынка и имеющихся ресурсов. Инструментальные и методические погрешности моделирования могут вызвать необходимость пошаговой коррекции управленческих решений в

форме постепенного реализации принимаемых управленческих решений по поддержке малого бизнеса в области арендных отношений, используя статистические данные (наблюдения) за динамикой данного сегмента рынка.

¹ См.: Харитонов В.А., Белых А.А. Технологии современного менеджмента / ПГТУ. Пермь, 2007. 190 с.; Харитонов В.А., Гуреев К.А. Проблема принятия решений в задачах регулирования арендных отношений в интересах малого бизнеса // Вестн. Перм. гос. ун-та. Пермь, 2009. № 2 (2). С. 24-34.

² См.: Харитонов В.А., Гуреев К.А. Указ. соч.; Экспресс-анализ промышленных предприятий с учетом согласованных предпочтений участников принятия инвестиционных решений / А.А. Белых [и др.] // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2007. № 10 (48). С. 20-26.

Поступила в редакцию 14.05.2010 г.