

## ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ОДНОВРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СТАБИЛИЗАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ЭКОНОМИКИ РОССИИ

© 2009 С.Ю. Ширнаева\*

**Ключевые слова:** стабилизация экономики, система одновременных уравнений, двухшаговый метод наименьших квадратов, метод главных компонент, точечный прогноз, интервальный прогноз.

Предложена эконометрическая модель взаимосвязи основных социально-экономических показателей, характеризующих процесс стабилизации экономики России за период с января 1998 по ноябрь 2008 г. Модель описывается с помощью системы одновременных уравнений. Для построения системы применялся двухшаговый метод наименьших квадратов совместно с методом главных компонент. С помощью полученной модели осуществлен точечный и интервальный прогноз показателей стабилизации экономики России.

Среди причин, сдерживающих процесс социально-экономического развития России, важнейшей является нестабильность. В связи с этим стабилизация экономики<sup>1</sup> считается основной задачей социально-экономического реформирования страны.

На наш взгляд, под стабилизацией экономики следует понимать процесс приведения экономической системы в стабильное состояние, для которого характерно:

- ◆ относительно незначительный, но устойчивый рост производства;
- ◆ рост занятости, соответствующий естественному росту населения;
- ◆ стабильный уровень благосостояния населения;
- ◆ практическая неизменность цен;
- ◆ сокращение бюджетного дефицита;
- ◆ сбалансированность внешнеторговых операций.

Для моделирования и прогнозирования стабилизационных процессов экономики России, была использована система одновременных уравнений (СОУ). При построении СОУ в данной работе предложен и реализован подход, основанный на использовании в двухшаговом методе наименьших квадратов метода главных компонент.

Исходная информационная база исследования включала помесечные данные с января 1998 г. по ноябрь 2008 г. по группам показателей, характеризующим процесс стабилизации: факторы экономического развития (в том

числе показатели, характеризующие промышленность, сельское хозяйство, строительство, торговлю и т.д.), факторы, определяющие внешнеэкономические отношения России и факторы социального развития<sup>2</sup>.

На первом этапе построения СОУ было выявлено направление причинно-следственных связей между рассматриваемыми показателями с помощью теста Грэнжера<sup>3</sup>. Из 24 факторов тест позволил выделить группу взаимосвязанных показателей, которые были рассмотрены как эндогенные переменные в период времени  $t$  ( $t = \overline{1;131}$ ):

$Y_t^{(1)}$  - инвестиции в основной капитал, млрд. рублей;

- оборот розничной торговли, млрд. рублей;

- объем платных услуг населению, млрд. рублей;

- начисленная среднемесячная заработная плата одного работника (номинальная), рублей.

По результатам теста Грэнжера были определены следующие показатели, связанные с отобранными эндогенными переменными:

- ввод в действие жилых домов организациями всех форм собственности, млн. кв. м общей площади;

\* Ширнаева Светлана Юрьевна, ст. преподаватель Самарского государственного экономического университета, соискатель. E-mail: shirnaeva\_sy@mail.ru.

$X_t^{(2)}$  - экспорт товаров, млрд. долларов США;

$X_t^{(3)}$  - импорт товаров, млрд. долларов США;

$X_t^{(4)}$  - официальный курс доллара, рублей за 1 доллар США;

$X_{t-1}^{(5)}$  - назначенная месячная пенсия месяц назад, средний размер, рублей;

$X_{t-3}^{(5)}$  - назначенная месячная пенсия три месяца назад, средний размер, рублей;

$X_t^{(6)}$  - общая численность безработных, млн. человек.

Семь перечисленных факторов были рассмотрены как экзогенные переменные модели.

Проверка закона распределения вышеперечисленных показателей по  $\chi^2$ -критерию показала, что распределение каждого из них можно считать нормальным на 5% - ом уровне значимости.

После анализа взаимосвязей эндогенных, экзогенных и лаговых экзогенных переменных была получена следующая структурная форма СОУ<sup>4</sup>:

$$\begin{cases} Y_t^{(1)} = \alpha_1 + \beta_{14}Y_t^{(4)} + \gamma_{11}X_t^{(1)} + \gamma_{13}X_t^{(3)} + \gamma_{14}X_t^{(4)} + \gamma_{16}X_t^{(6)} + \varepsilon_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} = \alpha_2 + \beta_{23}Y_t^{(3)} + \gamma_{21}X_t^{(1)} + \gamma_{24}X_t^{(4)} + \varepsilon_t^{(2)} \\ Y_t^{(3)} = \alpha_3 + \beta_{31}Y_t^{(1)} + \beta_{32}Y_t^{(2)} + \gamma_{32}X_t^{(2)} + \gamma_{33}X_t^{(3)} + \gamma_{35}X_{t-1}^{(5)} + \varepsilon_t^{(3)} \\ Y_t^{(4)} = \alpha_4 + \beta_{43}Y_t^{(3)} + \gamma_{41}X_t^{(1)} + \gamma_{45}X_{t-3}^{(5)} + \varepsilon_t^{(4)} \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varepsilon_t^{(j)}$  - случайные составляющие,  $\alpha_j$ ,  $\beta_{jk}$ ,

$\gamma_{jp}$  - структурные коэффициенты ( $j = \overline{1;4}$ ,

$k = \overline{1;4}$ ,  $p = \overline{1;7}$ ).

Перед оцениванием параметров уравнений системы (1) была осуществлена проверка условий идентифицируемости<sup>5</sup>, которая показала, что все уравнения СОУ сверхидентифицируемы. Это означает, что для каждого уравнения, число исключенных из уравнения экзогенных переменных строго больше числа включенных эндогенных переменных минус единица (для первого уравнения  $3 > (2-1)$ , для второго -  $5 > (2-1)$ , для третьего -  $4 > (3-1)$ , для четвертого -  $5 > (2-1)$ ). Поэтому, для оценки струк-

турных параметров модели был применен двухшаговый метод наименьших квадратов (2МНК).

Рассмотрим процедуру нахождения оценок структурных коэффициентов на примере первого уравнения системы, которое содержит следующие predetermined переменные:  $Y_t^{(4)}$ ,  $X_t^{(3)}$ ,  $X_t^{(4)}$ ,  $X_t^{(6)}$ .

Первым этапом 2МНК является построение уравнения регрессии  $Y_t^{(4)}$  по всем  $p$  объясняющим переменным с помощью обычного МНК.

Анализ матрицы парных коэффициентов корреляции показал наличие мультиколлинеарности между экзогенными переменными, которая может отрицательно повлиять на точность аппроксимирующих значений  $Y_t^{(4)}$  при 2МНК.

Для устранения мультиколлинеарности и получения статистически надежных результатов были использованы в качестве аргументов аппроксимирующей функции не все predetermined переменные, а лишь те, которые участвуют в первом уравнении

(т.е.  $X_t^{(1)}$ ,  $X_t^{(3)}$ ,  $X_t^{(4)}$ ,  $X_t^{(6)}$ ), плюс небольшое количество главных компонент, построенных по прочим переменным ( $X_t^{(2)}$ ,  $X_{t-1}^{(5)}$ ,  $X_{t-3}^{(5)}$ ).

После того, как построены главные компоненты  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  для  $Y_t^{(4)}$ , из них были отобраны наиболее информативные. В качестве критерия информативности<sup>6</sup> было использовано наибольшее значение нижней доверительной границы коэффициента детерминации, вычисленное по формуле

$$R_{\min}^2 = \bar{R}^2 - 2 \cdot \sqrt{\frac{2p(n-p-1)}{(n-1)(n^2-1)}} (1 - R^2),$$

где  $R^2$  - коэффициент детерминации, определяющий степень тесноты связи между данной эндогенной переменной с одной стороны и набором экзогенных переменных и главных компонент - с другой;  $\widehat{R}^2$  - соответствующий скорректированный коэффициент детерминации;  $n$  - число наблюдений;  $p$  - число объясняющих переменных.

Все возможные варианты набора предопределенных переменных для расчета представлены в табл. 1.

Затем строилась регрессия эндогенной переменной по переменным  $X_t^{(3)}$ ,  $X_t^{(4)}$ ,  $X_t^{(6)}$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ . Далее 2МНК проводился по обычной схеме. В результате было получено следующее уравнение:

$$Y_t^{(1)} = -91,22 - 0,01Y_t^{(4)} + 12,77X_t^{(1)} + 33,4X_t^{(3)} + 5,07X_t^{(4)} - 11,72X_t^{(6)} \quad (2.1)$$

$t_{набл}$     (-2,24)    (-2,38)    (10,52)    (7,21)    (4,69)    (-2,52)

$$R^2 = 0,938.$$

Данное уравнение можно интерпретировать следующим образом: инвестиции в основную капитал наиболее чувствительны к изменению импорта товаров в текущем периоде ( $X_t^{(3)}$ ) и наименее чувствительны к изменению начисленной среднемесячной заработ-

ной платы одного работника (номинальной) в текущем периоде ( $Y_t^{(4)}$ ).

В каждом из трех оставшихся уравнений системы процедура нахождения аппроксимирующих функций ( ) производилась аналогично.

После применения 2МНК для оценки структурных параметров оставшихся уравнений был получен следующий результат:

$$Y_t^{(2)} = -18,62 + 2,83Y_t^{(3)} + 5,88X_t^{(1)} + 1,85X_t^{(4)} \quad (2.2)$$

$t_{набл}$     (-2,22)    (120,75)    (10,63)    (5,87)

$$R^2 = 0,994,$$

$$Y_t^{(3)} = -20,46 - 0,08Y_t^{(1)} + 0,14Y_t^{(2)} + 2,18X_t^{(2)} + 3,24X_t^{(3)} + 0,03X_{t-1}^{(5)} \quad (2.3)$$

$t_{набл}$     (-21,33)    (-5,52)    (6,12)    (7,48)    (7,27)    (7,32)

$$R^2 = 0,996$$

$$Y_t^{(4)} = -309,45 + 37,95Y_t^{(3)} + 78,37X_t^{(1)} + 0,72X_{t-3}^{(5)} \quad (2.4)$$

$t_{набл}$     (-4,39)    (13,96)    (7,96)    (2,94)

$$R^2 = 0,99.$$

Все уравнения (2.1) - (2.4) получились статистически значимыми со значимыми коэффициентами на 5% - м уровне значимости.

Таблица 1

**Набор предопределенных переменных для расчета  $Y_t^{(4)}$  при построении первого уравнения СОУ**

Для получения прогнозных значений эндогенных переменных СОУ была построена ее приведенная форма:

$$\begin{aligned}
 Y_t^{(1)} &= 12,08X_t^{(1)} - 1,44X_t^{(2)} + 33,02X_t^{(3)} + \\
 &+ 5,17X_t^{(4)} - 0,01X_{t-3}^{(5)} - 0,02X_{t-1}^{(5)} - \\
 &- 12,34X_t^{(6)} - 77,53 \\
 Y_t^{(2)} &= 5,21X_t^{(1)} + 10,76X_t^{(2)} + 2,8X_t^{(3)} + \\
 &+ 1,13X_t^{(4)} + 0,003X_{t-3}^{(5)} + 0,15X_{t-1}^{(5)} + \\
 &+ 4,63X_t^{(6)} - 97,67 \\
 Y_t^{(3)} &= -0,24X_t^{(1)} + 3,8X_t^{(2)} + 0,99X_t^{(3)} - \\
 &- 0,26X_t^{(4)} + 0,001X_{t-3}^{(5)} + 0,05X_{t-1}^{(5)} + \\
 &+ 1,64X_t^{(6)} - 27,93 \\
 Y_t^{(4)} &= 69,39X_t^{(1)} + 144,27X_t^{(2)} + 37,59X_t^{(3)} - \\
 &- 9,7X_t^{(4)} + 0,76X_{t-3}^{(5)} + 1,99X_{t-1}^{(5)} + \\
 &+ 62,05X_t^{(6)} - 1369,4
 \end{aligned}$$

где  $c_\alpha = \left[ 1 + X_{t+\tau}^T (X^T X)^{-1} X_{t+\tau} \right] \frac{(n-p)m}{n-p-m+1}$

$F_\alpha(m; n-p-m+1)$ ;  $F_\alpha(m; n-p-m+1) - 100\alpha\%$  - ная точка  $F$  - распределения с числами степеней свободы, равными  $m$  и  $(n-p-m+1)$ ;  $\hat{\Pi}_{MНК}$  -  $i$ -й диагональный элемент матрицы  $\hat{\Pi}_{MНК}$  - несмещенной оценки ковариационной матрицы остатков приведенной формы

$Y$  - матрица размерности  $131 \times 4$  фактических значений эндогенных переменных;  $X$  - матрица размерности  $131 \times 8$  фактических значений экзогенных переменных;  $\hat{\Pi}_{MНК}$  - матрица размерности  $4 \times 4$  оценок коэффициентов приведенной формы СОУ,

Для данной СОУ матрица  $\hat{\Pi}_{MНК}$  имеет вид:

|          |         |        |          |         |
|----------|---------|--------|----------|---------|
| 1896,51  | 165,32  | 14,36  | 18,35    | 2083,92 |
| 165,32   | 205,39  | 14,36  | 17,36,83 |         |
| 18,35    | 14,36   | 18,11  | 339,62   |         |
| -2083,92 | 1736,83 | 339,62 | 81733,62 |         |

с помощью приведенной формы построенной эконометрической модели был выполнен точечный прогноз эндогенных переменных на декабрь 2008 г. по данным для экзогенных переменных за этот месяц. Результаты представлены в табл. 2.

Если дополнительно предположить нормальный характер распределения случайных составляющих структурной, а значит, и приведенной формы анализируемой модели, можно построить совместные доверительные интервалы с надежностью 95% для всех эндогенных переменных одновременно<sup>7</sup>:

$$\hat{y}_{t+\tau}^{(i)} - \sqrt{c_\alpha \hat{s}_{ii}} \leq y_{t+\tau}^{(i)} \leq \hat{y}_{t+\tau}^{(i)} + \sqrt{c_\alpha \hat{s}_{ii}},$$

Для эндогенной переменной  $Y_t^{(1)}$  (инвестиции в основной капитал) было получено следующее неравенство:

Таким образом, в декабре 2008 года при планируемых значениях экзогенных переменных инвестиции в основной капитал с вероятностью 95% могли находиться в интервале от 1222,59 до 1473,22 млрд. рублей (напомним, что фактическое значение инвести-

Таблица 2  
Точечный прогноз эндогенных переменных на декабрь 2008 г.

|                                  | $Y_{132}^{(1)}$ | $Y_{132}^{(2)}$ | $Y_{132}^{(3)}$ | $Y_{132}^{(4)}$ |
|----------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Фактические значения*            | 1329,8          | 1453,6          | 463,2           | 20238           |
| Прогнозные значения              | 1347,9          | 1468,9          | 471             | 20015           |
| Относительная ошибка прогноза, % | 1,3             | 1               | 1,7             | 1,2             |

\* Предварительные данные с сайта <http://www.gks.ru>.

ций в июне составило 1329,8 млрд. рублей и попало в построенный нами интервал).

Аналогично были получены доверительные интервалы для оставшихся эндогенных переменных:

для  $Y_t^{(2)}$  (оборот розничной торговли)

для  $Y_t^{(3)}$  (объем платных услуг населению)

для  $Y_t^{(4)}$  (начисленная среднемесячная заработная плата одного работника (номинальная))

Заметим, что для всех переменных фактические значения также попали в соответствующий доверительный интервал (см. табл. 2).

Применение предложенного подхода к построению системы одновременных уравнений дало возможность увеличить надежность найденных оценок коэффициентов структур-

ной формы, а следовательно, получить более точную модель, которая может использоваться для прогнозирования показателей стабилизации экономики России.

<sup>1</sup> Комарова М.А. Стратегия управления региональной социально-экономической системой // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. Самара, 2007. № 12 (38).

<sup>2</sup> Основные социально-экономические показатели по Российской Федерации (по материалам Росстата) // Вопр. статистики. 2004. № 1; 2005. № 12, № 10.

<sup>3</sup> Магнус Я.Р. и др. Эконометрика. Начальный курс: Учебник. М., 2004.

<sup>4</sup> Суханова Е.И., Ширнаева С.Ю. Эконометрическое моделирование взаимосвязей показателей социально-экономического развития России // Инновационное предпринимательство и управление знаниями: Тез. докл. межвуз. науч.-практ. конф. М., 2006. С. 84-86.

<sup>5</sup> Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учеб. для вузов: В 2 т. Т. 2. Основы эконометрики. М., 2001. С. 339-346.

<sup>6</sup> Там же. С. 85.

<sup>7</sup> Там же. С. 370.

*Поступила в редакцию 11.03.2009 г.*