

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВУЗОВ НА РЫНКЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УСЛУГ

© 2010 В.И. Дровяников, И.Н. Хаймович\*

**Ключевые слова:** рынок образовательных услуг, конкурентоспособность, качество образовательного процесса.

Статья посвящена определению равновесной цены и количества обучающихся в условиях конкуренции на рынке образовательных услуг с учетом перехода на компетентностноориентированное обучение. Рассмотрены вопросы формирования данных показателей для объемной модели, ценовой модели и ценовой модели с учетом компетентностной составляющей.

В условиях развития конкурентной экономики на рынке образовательных услуг все больше проявляются стабилизационные и интеграционные тенденции. Анализ состояния образовательной отрасли показывает, что вузы при выборе конкурентной стратегии стремятся учитывать взаимное влияние всех участников рынка и соотносят принимаемые ими решения со своими действиями по обеспечению конкурентоспособности.

Проблемы моделирования такого рыночного взаимодействия близки к проблемам теории игр и могут быть эффективно решены с ее использованием<sup>1</sup>.

При разработке математической модели поведения вузов на рынке образовательных услуг за основу принята модель игры с ненулевой суммой<sup>2</sup>. Предполагается, что до начала игры не было коалиции ее участников, но действует механизм получения достоверной информации о содержательной части стратегии каждого вуза и доведения ее до всех участников. Это способствует взаимному влиянию действий участников рынка на выработку своей принимаемой стратегии при учете общего интереса.

При разработке моделей рыночных взаимодействий вуза в условиях конкурентной среды использованы ряд положений и подходов из работы Д.Г. Гришанова и др.<sup>3</sup>

На рынке образовательных услуг рассмотрены три модели (объемная, ценовая и ценовая с учетом компетентности), каждая из которых описывает рынок в зависимости от его

текущего состояния, связанного с количеством потенциальных покупателей, уровнем их платежеспособности, а также качеством образовательного процесса по оценке работодателей.

Рассмотрим объемную модель конкуренции на рынке образовательных услуг. При этом решается задача поиска конкурирующих стратегий участников рынка образовательных услуг в условиях олигополии.

Предположим, что на рынке образовательных услуг участвуют  $n \geq 2$  конкурирующих вуза, предоставляющих однотипный товар (услугу) - обучение по образовательной программе.

Пусть затраты  $i$ -го вуза на реализацию образовательной программы, отнесенные к цене обучения одного человека, равны  $C_i > 0$ ,  $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$ .  $Q = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$  - общее количество предлагаемых к продаже учебных мест на рынке образовательных услуг (суммарный объем рынка услуг). Рыночная цена образовательной услуги  $i$ -го вуза определяется как функция от объема этой услуги:

$$p = \max\{p_0 - b \sum_{i=1}^n x_i; 0\}, \quad (1)$$

где  $p_0$  - начальная рыночная цена при отсутствии конкуренции;  $b = \text{const} > 0$  - параметр чувствительности цены услуги к изменению объема ее предложения на рынке;  $x_i$  - количество единиц образователь-

\* Дровяников Виктор Иванович, кандидат технических наук, проректор по учебной и воспитательной работе Международного института рынка, г. Самара; Хаймович Ирина Николаевна, кандидат технических наук, доцент Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С.П. Королева. E-mail: kovalek68@mail.ru.

ного продукта (учебных мест), выставленных на рынок, в  $i$ -м вузе.

Условия предоставления услуги в каждом из вузов будем считать одинаковыми, т.е. вузы независимо друг от друга выбирают количество учащихся  $x_i$ ,  $i \in N$ .

Предположим, что затраты на услугу, отнесенные к одному учебному месту,  $C_i < p_i$ ;  $i \in N$ .

Целевая функция  $i$ -го вуза представляет собой чистый доход (выручку)  $RR_i$ , определяемый как разность между его доходом  $p_i \cdot x_i$  и затратами  $c_i \cdot x_i$ . Цель вуза состоит в том, чтобы получить наибольший чистый доход  $RR_i$  от предоставленной услуги.

С учетом введенных обозначений  $RR$   $i$ -го вуза равен:

$$RR_i(x) = (p_0 - bQ - c_i)x_i = \\ = (p_0 - b \sum_{j=1}^n x_j - c_i)x_i, i \in N. \quad (2)$$

Задача каждого из вузов состоит в определении неотрицательных значений количества абитуриентов  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$  из условия независимой максимизации чистого дохода. Формирование равновесного статического решения задачи сводится к вычислению частных производных функции чистого дохода (2) и решению этой системы относительно количества абитуриентов. Таким образом, ситуация равновесия по Нэшу  $x_i^*$  находится следующим образом:

$$\left. \frac{\partial RR_i(x_i, x_{-1})}{\partial x_i} \right|_{x_i=x_i^*} = \\ = p_0 - b \sum_{j \neq i}^n x_j^* - b(2 + \sum_j \alpha_{ji})x_i^* - c_i = \\ = 0, i \in N,$$

$$\left. \frac{\partial^2 RR_i(x_i, x_{-1})}{\partial x_i^2} \right|_{x_i=x_i^*} = -2b < 0, i \in N, \quad (3)$$

где  $\alpha_{ij} = \frac{\partial x_j}{\partial x_i}$  - коэффициент объемного влияния  $j$ -го вуза на продукцию  $i$ -го вуза.

Следует учитывать, что в условиях рынка образовательных услуг в начальный момент объем услуг, выставаемый на рынок  $i$ -м вузом не зависит от объема услуг  $j$ -го вуза, т.е.  $\alpha_{ij} = 0$ .

Из условий (3) следует, что если первая производная от целевой функции каждого вуза в точке  $x_i^*$  равна 0, а вторая производная  $< 0$ , то  $x_i^*$  представляет собой локальное оптимальное решение задачи для  $i$ -го вуза. Совокупность таких решений образует ситуацию равновесия  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  на рынке образовательных услуг.

Из системы (3) получим уравнение для определения объема единиц образовательного продукта (учебных мест) для каждого вуза  $x_i^*$  в ситуации равновесия на рынке образовательных услуг:

$$x_i^* = \frac{p_0 - b \sum_{j \neq i} x_j^* - c_i}{b(2 + \sum_j \alpha_{ji})}, \quad (4)$$

$$x_i^* = \frac{p_0 - c_i}{b(2 + \sum_j \alpha_{ji})} - \frac{1}{(2 + \sum_{j \neq i} \alpha_{ji})} \sum_{j=1}^n x_j^*, i \in N.$$

Таким образом, решение задачи статической оптимизации конкурентных стратегий по выбору количества предлагаемых учебных мест сводится к решению системы уравнений (4), которое и определяет точку равновесия Нэша.

Определим условия, выполнение которых обеспечивает существование точки равновесия Нэша. Для этого просуммируем все компоненты системы (3) при  $\alpha_{ij} = 0$ ;  $j, i = 1, \dots, n$ , т.е. без учета влияния конкурентов.

В результате получим следующее выражение:

$$np_0 - nb \sum_{j=1}^n x_j^* - 2b \sum_{j=1}^n x_j^* - \sum_{i=1}^n c_i = 0. \quad (5)$$

Из этого уравнения находим зависимость суммарного равновесного объема рынка об-

разовательных услуг от параметров предоставляемой услуги:

$$Q^3 = \sum_{j=1}^n x_j^3 = \frac{1}{b(n+2)} (np_0 - \sum_{i=1}^n c_i). \quad (6)$$

Подставляя полученные уравнения для суммарного объема рынка образовательных услуг в уравнение (4), находим равновесные по Нэшу стратегии вузов по выбору объема продукции:

$$\begin{aligned} x_i^3 &= \frac{(p_0 - c_i)}{2b} - \frac{1}{2b(n+2)} (np_0 - \sum_{j=1}^n c_j) = \\ &= \frac{1}{2b} \left[ \frac{1}{n+2} (2p_0 + \sum_{j=1}^n c_j) - c_i \right], i = 1, N. \quad (7) \end{aligned}$$

Из (7) следует, что равновесный объем (количество учебных мест) для каждого конкурирующего вуза существует и деятельность вуза является рентабельной, если выполняется следующее неравенство:

$$\frac{1}{n+2} (2p_0 + \sum_{j=1}^n c_j) \geq c_i, i \in N. \quad (8)$$

Из неравенства (8) следует, что при заданных значениях идеальных затрат  $c_i, i = 1, \dots, n$  для каждого вуза нижние границы начальной цены, при которой предоставление образовательной услуги является рентабельным, определяются из условий:

$$p_{0i} \geq \frac{1}{2} \left[ (n+2)c_i - \sum_{j=1}^n c_j \right], i = 1, \dots, n.$$

Максимальная из этих начальных цен определяется из неравенства:

$$\begin{aligned} p_0 &\geq \max_i \{p_{0i}, i = 1, \dots, n\} = \\ &= \max_i \left\{ \frac{1}{2} \left[ (n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j \right], i = 1, \dots, n \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Эта цена обеспечивает существование точки равновесия Нэша и рентабельность предоставления образовательной услуги для всех конкурирующих вузов на рынке образовательных услуг.

Экономический смысл неравенства (8) заключается в том, что для устойчивости кон-

курентного рынка образовательных услуг и, следовательно, точки равновесия необходимо и достаточно, чтобы соотношение между параметрами рынка  $p_0, c_i, i = 1, \dots, n$  обеспечивалось выполнением неравенства (9).

Равновесная цена образовательной услуги зависит от суммарного объема учебных мест, выставленных на рынок, и равна:

$$\begin{aligned} p^3 &= p_0 - bQ^3 = p_0 - \left[ \frac{1}{n+2} (np_0 - \sum_{i=1}^n c_i) \right] = \\ &= p_0 - \frac{1}{n+2} np_0 + \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^n c_i = \\ &= \frac{2p_0}{n+2} + \frac{1}{n+2} \sum_{j=1}^n c_j = \frac{1}{n+2} (2p_0 + \sum_{j=1}^n c_j). \quad (10) \end{aligned}$$

Равновесной цене  $p^3$ , равновесному количеству учащихся  $x_i^3$  соответствует равновесный чистый доход (выручка), определяемый для каждого вуза из уравнения:

$$\begin{aligned} RR_i &= (p^3 - c_i)x_i^3 = \frac{(p^3 - c_i)(p^3 - c_i)}{b} = \\ &= \frac{(p^3 - c_i)^2}{b} = \frac{\left( \frac{1}{n+2} (2p_0 + \sum_{j=1}^n c_j) - c_i \right)^2}{b} = \\ &= \frac{(2p_0 + \sum_{j=1}^n c_j - (n+1)c_i)^2}{b(n+2)^2}, i \in N. \quad (11) \end{aligned}$$

Таким образом, каждому набору исходных данных  $(p^3, b, c_i, i \in N)$  соответствуют конкретные значения равновесного суммарного объема рынка образовательных услуг  $Q^3$ , равновесного количества учащихся каждого вуза  $x_i^3, i \in N$ , равновесного чистого дохода  $RR_i$ , определяемых из уравнений (6), (7), (10) и (11).

Рассмотрим модель ценовой конкуренции на рынке образовательных услуг. Объем продукции (учебных мест), предлагаемых на рынке  $i$ -м вузом запишется как функция от рыночной цены  $p_j$ .

$$x_i = x_{0i} - a_i p_i + b_j \sum_{j \neq i} p_j,$$

где  $x_{0i}$  - верхняя граница объема продукта (учебных мест) при наборе на обучение по образовательной программе, соответствующая возможностям  $i$ -го вуза (самооценка и лицензионные нормативы);  $a_i$  - параметр, определяющий влияние повышения  $i$ -м вузом цены за единицу своей продукции на один рубль на объем его продукции на рынке;  $b_j$  - параметр, характеризующий влияние повышения единицы продукции конкурентов на объем выставленной ими продукции (определяется как среднее значение влияния для конкурентов). Размерность  $a_i$  и  $b_j$  - ед./руб.

Целевая функция  $i$ -го участника рынка:

$$\begin{aligned} RR_i(p) &= (p_i - c_i)x_i = \\ &= (p_i - c_i)(x_{0i} - a_i p_i + b_j \sum_{j \neq i} p_j). \end{aligned}$$

Выполнив цикл математических преобразований в соответствии с изложенным выше алгоритмом, получим выражения для

♦ равновесной цены:

$$p^3 = \frac{1}{2a_i b(n-2)} \left[ (n+1)x_{0i} - b \left( \sum_{j \neq i} c_j + c_i \right) \right],$$

где  $b = b_j - a_j$ ;

♦ равновесного объема продукции:

$$x^3 = x_0 - bQ^3 = x_{0i} - \frac{1}{n-2} (n x_{0i} - b \sum_{j \neq i} c_j);$$

♦ равновесного чистого дохода (выручки):

$$\begin{aligned} RR_i(p) &= (p^3 - c_i)x_i^3 = \\ &= \left[ d(n+1)x_{0i} - db \sum_{j \neq i} c_j - (db+1)c_i \right] \times \\ &\times \left[ -\frac{2}{n-2} x_{0i} + \frac{b}{n-2} \sum_{j \neq i} c_j \right], \end{aligned}$$

$$\text{где } d = \frac{1}{2a_i b(n-2)}.$$

Рассмотрим модель ценовой конкуренции на рынке образовательных услуг с учетом качества образовательного продукта как оценки качества образовательного процесса и квалификации (компетентности) специалиста, обученного в  $i$ -м вузе.

Объем продукции (количества учебных мест), предлагаемых  $i$ -м вузом на рынке:

$$x_i = x_{i0} - a_i p_i + b_j \sum_{j \neq i} p_j + K_i x_{0i} - K_j \sum_{j \neq i} x_{0j}.$$

Здесь  $K_{i(j)}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  - коэффициенты влияния на спрос уровня качества обучения и компетентности специалиста после обучения в  $i$ -м ( $j$ -м) вузе по данной образовательной программе. Они определяют часть объема продукции, на которую  $i$ -й вуз может поднять верхнюю границу своих объемных показателей за счет повышения качества процесса обучения и образовательного продукта, или количество единиц продукта, на которое уменьшается верхняя граница при ответственном росте конкурентоспособности других вузов за счет качества продукции.

Исходя из особенностей образовательной отрасли примем, что  $K_{i(j)} = 0$  соответствует базовому уровню качества, определяемому стандартом. Если стандарт не выполняется, то  $K_{i(j)} < 0$ , причем в предельной ситуации (лишение лицензии)  $K_{i(j)} = -1$ , что означает уход вуза с рынка. При обеспечении уровня качества выше стандарта (например, предоставления специальных образовательных услуг, повышающих компетенции специалиста)  $K_{i(j)} > 0$  и его величина определяется по результатам оценки качества образовательного процесса и эффективности сформированного в вузе уровня компетентности специалиста как самим вузом, так и рынком труда (работодателем).

Целевая функция  $i$ -го участника рынка:

$$\begin{aligned} RR_i(p) &= (p_i - c_i)x_i = \\ &= (p_i - c_i)(x_{0i} - a_i p_i + b_j \sum_{j \neq i} p_j + \\ &+ K_i x_{0i} - K_j \sum_{j \neq i} x_{0j}). \end{aligned}$$

После математических преобразований, соответствующих поиску локального оптимума для  $i$ -го вуза в ситуации равновесия по Нэшу, получим выражения для

♦ равновесной цены:

$$p^{\exists} = \frac{1}{2a_i} \left[ (1 + K_i)x_{0i} - (K_j + \frac{kb_j}{b}) \sum_{j \neq i} x_{0j} + a_i c_i - \frac{b_j}{n-1} \sum_{j \neq i} c_j \right],$$

где  $k = 1 + K_j - K_i$ ;  $b = b_j - a_i$ ;

♦ равновесного объема продукции:

$$x^{\exists} = x_0 - bQ^{\exists} = x_{0i} + k \sum_{j \neq i} x_{0j} + \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} c_j;$$

♦ равновесного чистого дохода (выручки):

$$RR_i(p) = (p^{\exists} - c_i)x_i^{\exists} = \frac{1}{2a_i} \left[ (1 + K_i)x_{0i} - (K_j + \frac{kb_j}{b}) \sum_{j \neq i} x_{0j} - a_i c_i - \frac{b_j}{n-1} \sum_{j \neq i} c_j \right] \times$$

$$\times \left[ x_{0i} + k \sum_{j \neq i} x_{0j} + \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} c_j \right], i \in N.$$

Разработанные модели конкурентного взаимодействия вузов являются основой для выбора стратегии на рынке образовательных услуг. Этот выбор основан на принципах обеспечения устойчивости деятельности вузов как субъектов единой социально-экономической образовательной системы и может быть эффективно использован как для определения рациональной стратегии и тактики отдельного вуза, так и для решения задач, связанных с повышением эффективности системы подготовки кадров на отраслевом и региональном уровне.

<sup>1</sup> См.: Губко М.В., Новиков Д.А. Теория графов в управлении образовательными системами. М., 2002; Myerson R.B. *Gametheory : analysis of conflict*. London, 1991.

<sup>2</sup> Губко М.В., Новиков Д.А. Указ. соч.

<sup>3</sup> Механизм выбора конкурентных стратегий. Условия равновесности и устойчивости рынка сбыта продукции / Д.Г. Гришанов [и др.]. Самара, 2009.

Поступила в редакцию 17.11.2009 г.